

1. Rappel de quelques notions d'hydraulique général

Dans ce chapitre, un rappel sur les notions d'hydraulique générale appliquées aux écoulements à surface libre sera effectué. Nous commençons ce chapitre par une description des paramètres hydrauliques de la section transversale des canaux. On présente ensuite les différents types et régimes d'écoulements. L'équation de l'énergie sera également présentée.

Les objectifs de ce chapitre sont :

1. Connaître les propriétés géométriques et hydrauliques d'un écoulement à surface libre ;
2. Classifier un écoulement selon son régime et la variation des propriétés géométriques et hydrauliques ;
3. Utiliser l'équation de l'énergie.

1.1 Définitions

Les écoulements à surface libre sont les écoulements qui s'écoulent sous l'effet de la gravité en étant en contact partiel avec un contenant (canal) et avec l'air dont la pression est généralement à surface libre.

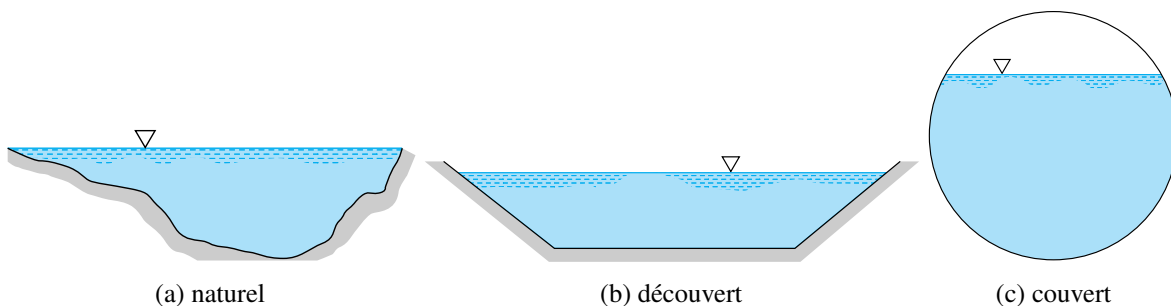


FIGURE 1.1 – Types de canaux

Les canaux en question peuvent être constitués aussi bien par :

1. Les canaux naturels : rivières, fleuves ;
2. Les canaux artificiels : les cours d'eau réalisés par l'homme

- sur terre (découverts) : irrigation et de drainage,
- sous terre (couverts) : drains, égouts.

1.2 Géométrie des canaux

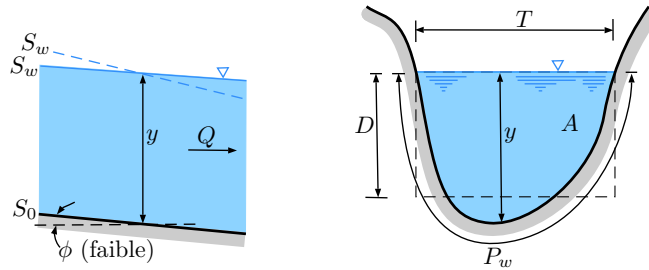


FIGURE 1.2 – Éléments géométriques de la section.

- La section transversale d'un canal est la section plane normale à la direction de l'écoulement.
- La surface mouillée, A , est la portion de la section transversale occupée par le fluide dans la section du canal.
- Le périmètre mouillé, P_w , est formé par la longueur de la ligne de contact entre la surface mouillée et les parois de la section (la largeur de la surface libre n'entre pas en compte).
- Le rayon hydraulique est donné par :

$$R_h = \frac{A}{P_w} \quad (1.1)$$

- La profondeur d'eau, y , est la hauteur d'eau au-dessus du point le plus bas de la section perpendiculaire à l'écoulement.
- La largeur superficielle ou largeur au miroir, T , est la largeur du canal au niveau de la surface libre.
- La profondeur hydraulique est donnée par :

$$D = \frac{A}{T} \quad (1.2)$$

- Le diamètre hydraulique :

$$D_h = 4R_h \quad (1.3)$$

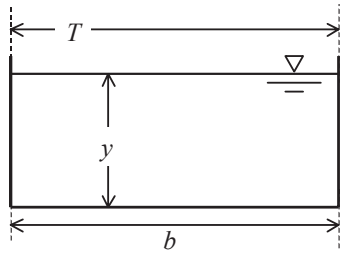
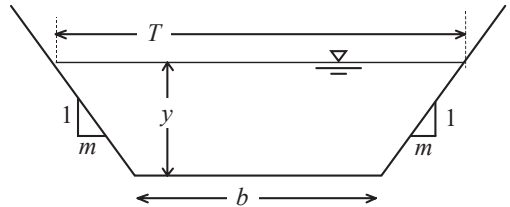
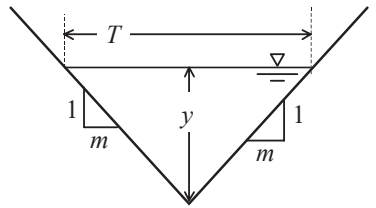
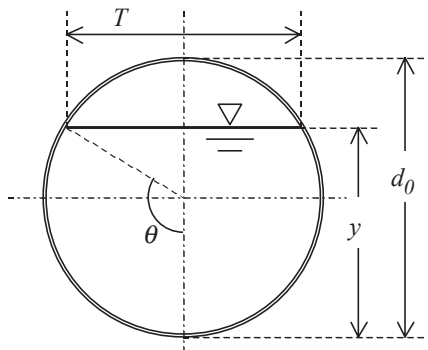
- La pente de fond du canal, S_0 , est la tangente de l'angle d'inclinaison du lit par rapport à l'horizontale :

$$S_0 = \tan \phi \cong \sin \phi \quad (1.4)$$

- La pente piézométrique ou pente de la surface libre est notée S_w .
- La rugosité : se dit de la composition du lit de la rivière, selon la végétation, le type de sol ou de fabrication humaine, qui ralentit l'écoulement de l'eau. La hauteur de la rugosité est notée ε .
- La rugosité relative, qui est le rapport entre la hauteur de la rugosité, et le diamètre hydraulique : ε/D_h
- Un canal dont la section ne varie pas et dont la pente longitudinale et la rugosité restent constantes- la hauteur d'eau peut cependant varier - est appelé canal prismatique ; sinon, on l'appelle canal non prismatique.

Le tableau 1.1 donne les formules des éléments géométriques.

TABLEAU 1.1 – Éléments géométriques pour différentes sections de canaux.

Section	A	P_w	R_h	T	D
 Rectangulaire	by	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	b	y
 Trapèzoïdale	$(b + my)y$	$b + 2y\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{(b + my)y}{b + 2y\sqrt{1 + m^2}}$	$b + 2my$	$\frac{(b + my)y}{b + 2my}$
 Triangulaire	my^2	$2y\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{my}{2\sqrt{1 + m^2}}$	$2my$	$\frac{1}{2}y$
 Circulaire	$\frac{1}{8} \left(\frac{\pi\theta}{90} - \sin 2\theta \right) d_0^2$ avec $\theta = 180 - \arccos \left(\frac{2y}{d_0} - 1 \right)$ en °	$\frac{\pi\theta}{180} d_0$	$\frac{1}{4} \left(1 - \frac{90 \sin 2\theta}{\pi\theta} \right) d_0$	$d_0 \sin \theta$ ou $2\sqrt{y(d_0 - y)}$	$\left[\frac{\pi\theta/90 - \sin 2\theta}{\sin \theta} \right] \frac{d_0}{8}$

1.3 Débit et vitesse

Pour un écoulement unidimensionnel, la vitesse moyenne dans la section est définie comme :

$$V = \frac{1}{A} \int u dA \quad (1.5)$$

où u est la vitesse ponctuelle.

Le débit à travers la section est donc :

$$Q = \int u dA = VA \quad (1.6)$$

1.4 Classification des écoulements

1.4.1 Classification des écoulements suivant le temps

- a) L'écoulement est permanent si, à une section de référence, les paramètres caractérisant l'écoulement (Q et y) restent invariables dans le temps en grandeur et en direction. Dans un écoulement permanent, le débit volumique traversant différentes sections doit être le même. L'équation de continuité s'écrit ainsi :

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_3 V_3 = \dots \quad (1.7)$$

- b) L'écoulement est non-permanent si, à une section de référence, Q et y variant dans le temps.

1.4.2 Classification des écoulements suivant la position

- a) L'écoulement est uniforme (EU) si la profondeur d'écoulement, y , (et ainsi la vitesse moyenne en écoulement permanent) reste invariable dans les diverses sections du canal. La ligne de la pente de fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre ($S_0 = S_w$).
- b) L'écoulement est non-uniforme (ENU) ou varié si la profondeur et la vitesse d'écoulement (y et V) varient d'une section à l'autre ($S_w \neq S_0$). Un mouvement varié peut être
- Accéléré si la vitesse croît dans le sens du mouvement.
 - Décéléré si la vitesse décroît dans le sens du mouvement.
 - Graduellement variés (EGV) si les paramètres caractérisant l'écoulement, ne changent que très lentement d'une section à l'autre.
 - Brutalemt variés (EBV) si les paramètres caractérisant l'écoulement, changent brusquement (Ressaut hydraulique).
 - Spatialement varié (ESV) si un débit est ajouté ou prélevé du système.

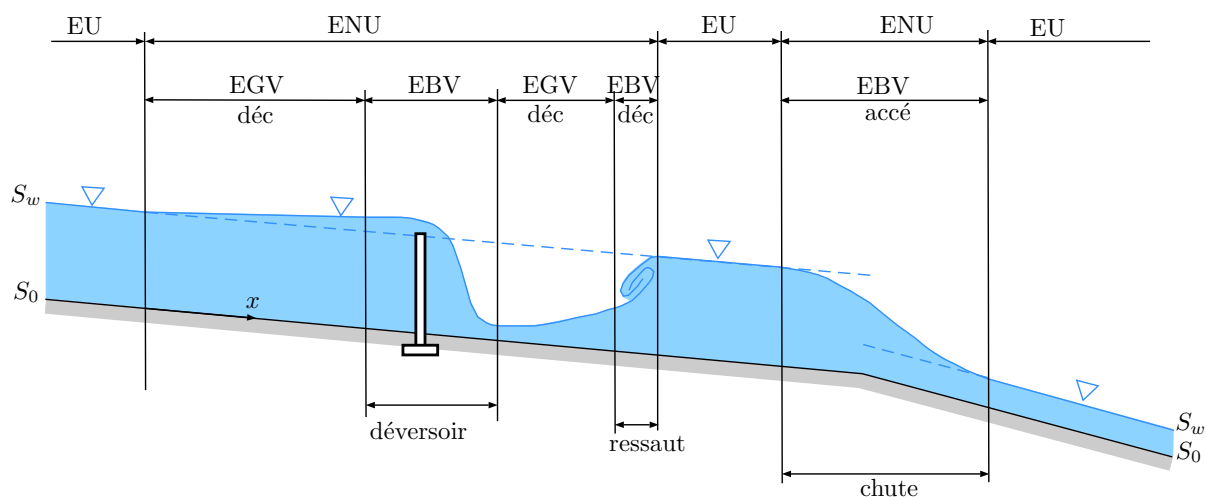


FIGURE 1.3 – Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés.

1.5 Répartition de pression

1.5.1 Courant uniforme

Pour un écoulement uniforme la repartition de pression est hydrostatique dans la section droite du canal. La pression relative (dans un écoulement presque rectiligne) sur le fond s'écrit ainsi :

$$P_f = \gamma y \cos \phi \quad (1.8)$$

Pour les canaux usuels, l'angle avec l'horizontale, ϕ , est toujours très faible, soit $\phi < 6^\circ$ ou $S_0 < 0,1$, impliquant que $\cos \phi \cong 1$, L'éq. (1.8) se réduit à :

$$P_f = \gamma y \quad (1.9)$$

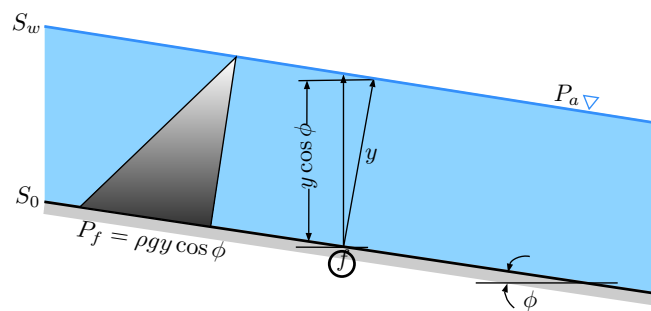


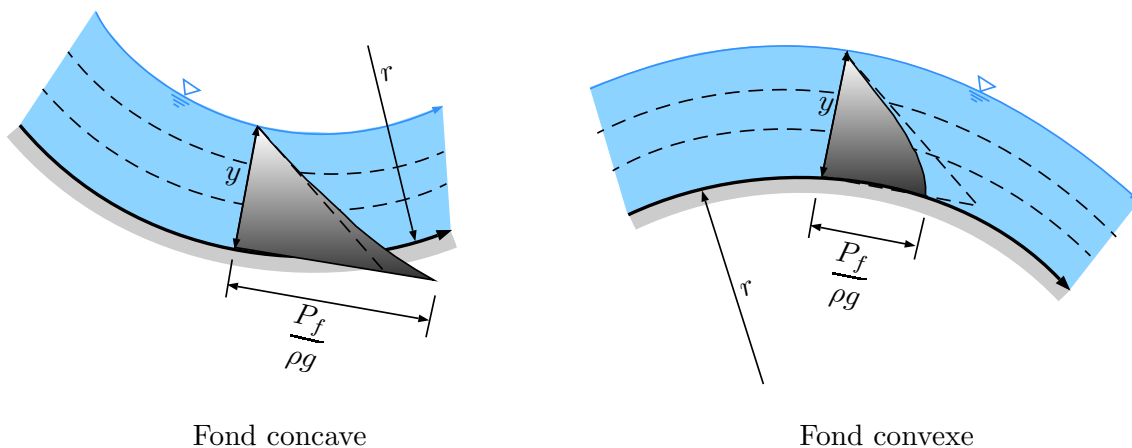
FIGURE 1.4 – Écoulement à courant uniforme.

1.5.2 Courant courbe

Pour un écoulement (légèrement) non uniforme, donc à courant courbe, une accélération centrifuge de masse, V^2/r (où r est le rayon de courbure), est introduite, induisant une force d'inertie supplémentaire : la distribution de pression n'est plus hydrostatique.

L'accélération V^2/r est positive sur fond concave et négative sur fond convexe (Fig. 1.5). La pression relative sur le fond est :

$$\frac{P_f}{\rho g} = y \cos \phi \pm \frac{1}{g} \frac{V^2}{r} y \quad (1.10)$$



Fond concave

Fond convexe

FIGURE 1.5 – Écoulement sur des fonds concave et convexe.

1.6 Régime d'écoulements

Le rôle du nombre de *Reynolds* est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- a) écoulement laminaire : $R_e < 2000$
- b) écoulement turbulent : $R_e > 8000$
- c) transition : $2000 < R_e < 8000$

$$R_e = \frac{4 \cdot R_h \cdot V}{\nu} \quad (1.11)$$

avec

- V : Vitesse moyenne dans une section (m/s) ;
- ν : Viscosité cinématique de l'eau (m²/s).

Pour un canal de grande pente ($\cos \phi \neq 1$). Le nombre de *Froude* est :

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{1}{\alpha} g \cdot D \cos \phi}} \quad (1.12)$$

Le rôle du nombre de *Froude* est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- a) écoulement fluvial : $F_r < 1$
- b) écoulement torrentiel : $F_r > 1$
- c) écoulement critique : $F_r = 1$

1.7 Equation d'énergie

La charge moyenne dans la section est :

$$E = z + \frac{P}{\rho g} + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (1.13)$$

où α est un coefficient de correction de l'énergie cinétique (ou coefficient de *Coriolis*) qui tient compte de la non uniformité de la vitesse dans une section donnée :

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 dA}{V^3 A} \quad (1.14)$$

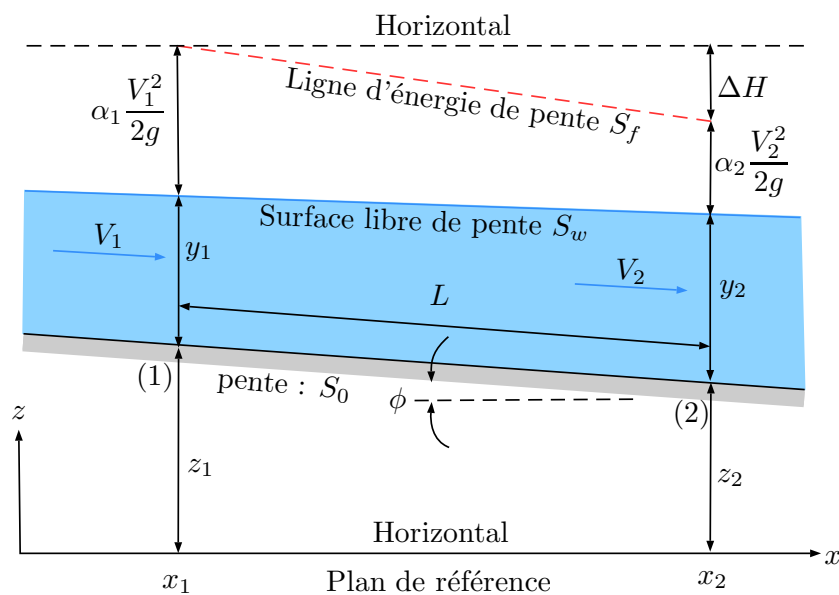


FIGURE 1.6 – Hauteurs de charge pour les écoulements à surface libre.

En accord avec la loi de la conservation de l'énergie, l'énergie totale d'un point aval est égale à l'énergie totale d'un point amont plus les pertes d'énergie par friction que cause l'écoulement et permet d'écrire la loi de la conservation de l'énergie :

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H \quad (1.15)$$

où ΔH est la perte d'énergie en terme de hauteur de colonne d'eau.

La pente de frottement est :

$$S_f = -\frac{dE}{dx} \quad (1.16)$$

L'équation de quantité de mouvement, en cas de présence des entrées ou des sorties multiples, a la forme suivante :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \rho \left[\sum \left(\beta Q \vec{V} \right)_{\text{sortie}} - \sum \left(\beta Q \vec{V} \right)_{\text{entrée}} \right] \quad (1.17)$$

avec

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A \frac{u^2}{V^2} dA = \frac{\int_A u^2 dA}{AV^2} \quad (1.18)$$

est le coefficient de correction de la quantité de mouvement (coefficient de *Boussinesq*).

Le tableau 1.2 donne les valeurs usuelles de α et β .

TABLEAU 1.2 – Valeurs de α et β

Nature du canal	α		β	
	Gamme	moyenne	Gamme	moyenne
Canaux naturels et torrents	1,15-1,50	1,30	1,05-1,17	1,10
Vallée et plaine inondable	1,50-2,00	1,75	1,17-1,33	1,25

