



2. Régime uniforme

Dans ce chapitre, on présente les équations de l'écoulement uniforme et permanent à surface libre. Nous commençons ce chapitre par une description des approximations d'écoulement uniformes. On présente ensuite les différentes relations pour le coefficient de frottement, dont la connaissance est nécessaire pour résoudre tous problèmes en hydraulique fluviale. Les calculs de vitesse et de débit sont également abordés.

Les objectifs de ce chapitre sont :

1. Connaître les différentes relations pour le coefficient de frottement ;
2. Calculer la vitesse, le débit et la profondeur normale pour un écoulement uniforme ;
3. Appliquer les lois d'écoulement aux cas de canaux composés et composites.

2.1 Les hypothèses d'écoulement uniforme

Nous considérons un fluide s'écoulant dans un canal ouvert de taille et de forme transversales constantes de sorte que la profondeur de l'écoulement reste constante. En raison du frottement du fluide sur les parois et de la présence de la surface libre, les vitesses ne sont pas réparties uniformément dans la section transversale d'un canal. Les contours de vitesse typiques mesurés dans le cas d'une surface libre d'une section transversale rectangulaire sont indiqués sur la figure 2.1a. La vitesse maximale se trouve souvent quelque peu en dessous de la surface libre, et la vitesse du fluide est nulle sur le périmètre mouillé, où se développe une contrainte de cisaillement à la paroi.

La contrainte de cisaillement à la paroi varie le long du périmètre d'une section transversale donnée et entraîne une résistance à l'écoulement. L'intensité de cette résistance dépend de la viscosité du fluide et des gradients de vitesse à la surface de la paroi, qui dépendent à leur tour de la rugosité de la paroi. Cette contrainte de cisaillement est rarement uniforme le long du périmètre mouillé, avec des variations typiques comme indiqué sur la figure 2.1b. Heureusement, des résultats analytiques raisonnables peuvent être obtenus en supposant un profil de vitesse uniforme, V , et une contrainte de cisaillement à la paroi constante,

Pour un écoulement uniforme, la contrainte de cisaillement est donnée par :

$$\tau_0 = \rho g R_h S_0 \quad (2.1)$$

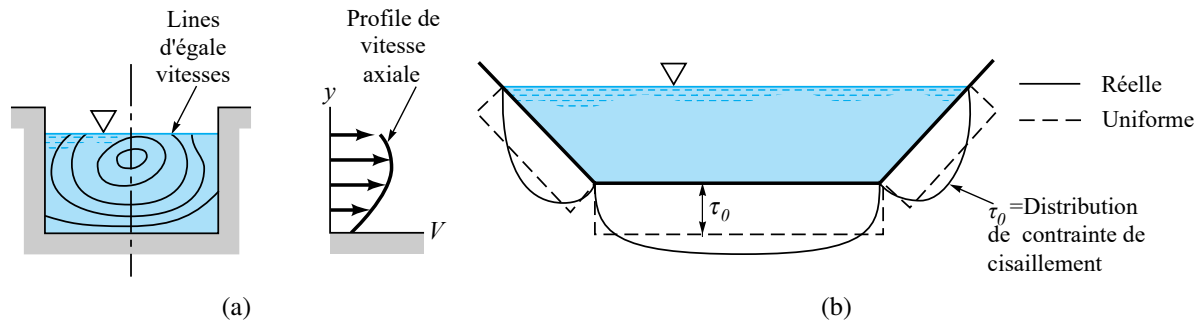


FIGURE 2.1 – Distribution typique de vitesse et de contraintes de cisaillement dans un canal ouvert.

Entre deux sections distantes d'une longueur L , la force de frottement est :

$$F_f = \tau_0 L P_w \quad (2.2)$$

On définit la vitesse de frottement, v_* , par :

$$v_* = \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{g R_h S_0} \quad (2.3)$$

Les propriétés de l'écoulement uniforme se résument ainsi :

- Q et y restent invariables dans les diverses sections du canal ;
- Canal prismatique (section constante) ;
- Distribution de pression hydrostatique ;
- Surface libre parallèle à la pente de fond ($S_0 = S_w = S_f$) ;
- Profil de vitesse uniforme, V ;
- La contrainte de cisaillement à la paroi est constante.

2.2 Vitesse d'écoulement uniforme

La vitesse d'écoulement est donnée par l'équation de Chézy :

$$V = C \sqrt{R_h S_0} \quad (2.4)$$

où $C [m^{1/2} \cdot s^{-1}]$ est la constante de Chézy et dépend :

- De la forme de la section
- De la rugosité
- Des conditions d'écoulement

Pour le calcul du coefficient de Chézy il existe une panoplie de formules, parmi ces formules :

1. Formule de Darcy-Weisbach :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (2.5)$$

où f est le coefficient de Darcy-Weisbach. La définition de ce coefficient est analogue à celle donnée pour les conduites circulaires en charge. Une formulation universelle est donnée par :

- a) Le diagramme de Moody (Fig. 2.2).
- b) Les formules (Tableau 2.1).

2. Formule de Bazin (1897) :

$$C = \frac{87 \sqrt{R_h}}{K_B + \sqrt{R_h}} \quad (2.6)$$

où K_B est le coefficient de Bazin (tableau).

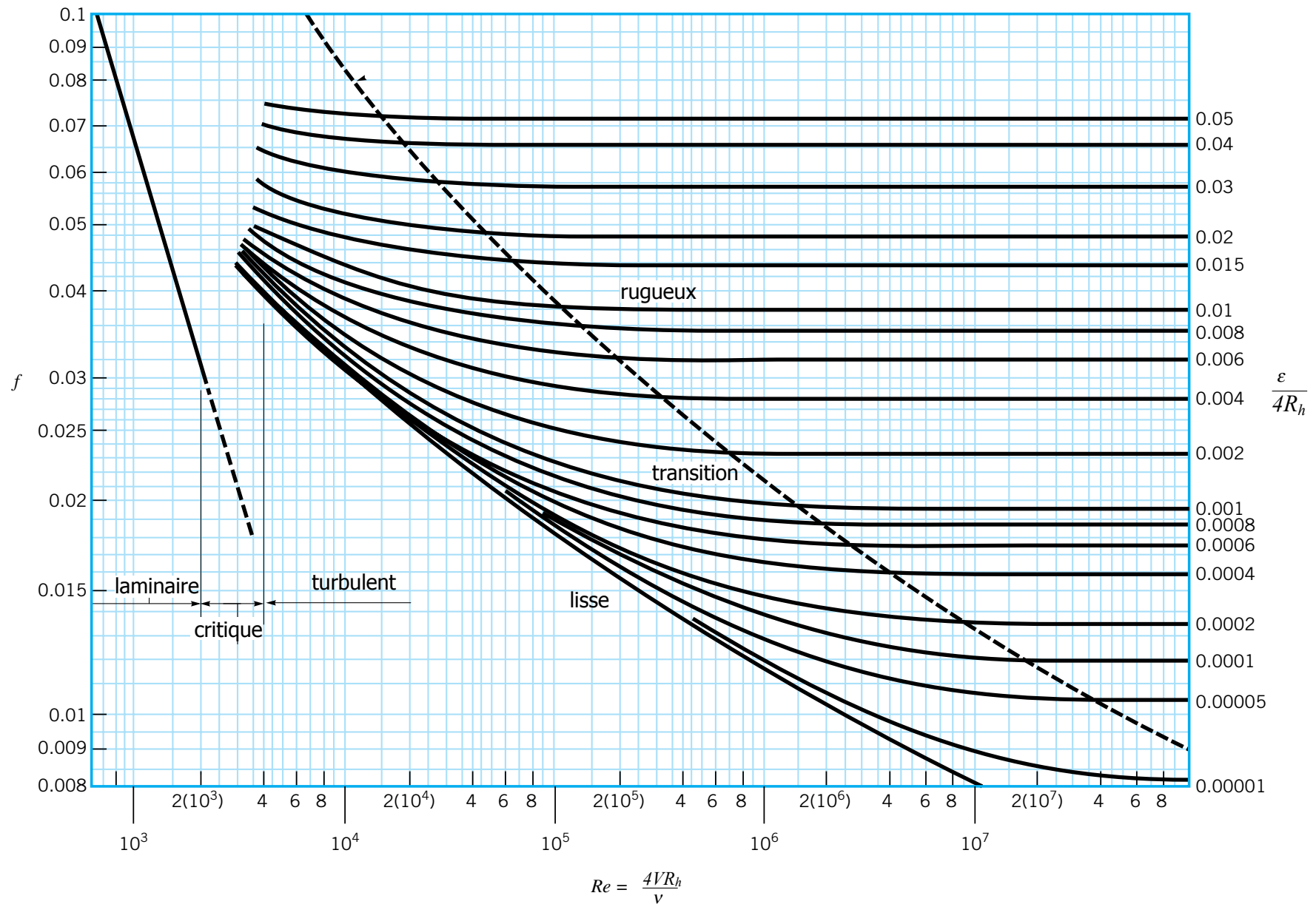


FIGURE 2.2 – Courbe de Moody

TABLEAU 2.1 – Formules de calcul du coefficient de *Darcy-Weisbach*.

Régime	$\frac{\varepsilon v_*}{\nu}$	Re	Formule de	
Laminaire	-	< 2000	<i>Hagen-Poiseuille</i>	$f = \frac{64}{Re}$ (2.7)
		$< 10^5$	<i>Blasius</i>	$f = \frac{0,316}{Re^{1/4}}$ (2.8)
Turbulent lisse	< 4	$> 10^5$	<i>Karman-Prandtl</i>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log_{10} (Re \sqrt{f}) - 0,8$ (2.9)
			<i>Jain</i>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,80 \cdot \log_{10} Re - 1,5146$ (2.10)
Turbulent rugueux	> 60	$> 10^5$	<i>Nikuradse</i>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{4R_h} \right) + 1,14$ (2.11)
Turbulent de transition	entre 4 et 60	$> 10^5$	<i>Colebrook-White</i>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{12R_h} + \frac{2,5}{Re \sqrt{f}} \right)$ (2.12)
			<i>Jain</i>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{4R_h} + \frac{21,25}{Re^{0,9}} \right)$ (2.13)

TABLEAU 2.2 – Coefficients de rugosité de Bazin, K_B .

Nature des parois	K_B
Parois très unies (ciment, bois raboté)	0,06
Parois unies (planches, briques, pierre de taille)	0,16
Parois en maçonnerie de moellons	0,46
Parois de nature mixte (terre très régulière, pierrés)	0,85
Parois en terre ordinaire	1,30
Parois en terre de résistance exceptionnelle (galets, herbe)	1,75

3. Formule de *Kutter* (1869) :

$$C = \frac{100\sqrt{R_h}}{K_K + \sqrt{R_h}} \quad (2.14)$$

où K_K est le coefficient de *Kutter*.

4. La formule de *Manning* (1889) et *Strickler* (1891) :

$$C = \frac{1}{n} R_h^{1/6} = K_S \cdot R_h^{1/6} \quad (2.15)$$

d'où la formule très usitée de *Manning-Strickler* pour la vitesse :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} = K_S R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (2.16)$$

avec n est le coefficient de *Manning* et K_S est le coefficient de *Strickler*.

TABLEAU 2.3 – Coefficients de rugosité de *Strickler*, K_S et de *Kutter*, K_K

Nature des parois	K_S	K_K
Canaux naturels, galets → gravier	20–45	>3,0–1,25
Canaux en terre	30–50	2,25–0,9
Pierre brute → maçonnerie	40–80	1,6–0,25
Béton rugueux → lisse	50–95	1,0–0,05
Acier rivé → soudé	60–100	0,6–0
Bois	65–95	0,5–0,05
Fonte vieille → neuve	65–90	0,55–0,15
Verre, PVC	95–100	0,05–0

2.3 Calcul de la profondeur normale

Lorsque l'écoulement est uniforme, la profondeur d'écoulement, notée y_n , est appelée profondeur normale. Elle peut être calculée par :

a) Le facteur de section défini comme suit :

$$\frac{nQ}{S_0^{1/2}} = AR_h^{2/3} \quad (2.17)$$

À partir de ce facteur on peut trouver les relations représentées dans le tableau 2.4. La plupart de ces relations peuvent être résolues de manière itérative.

b) Utilisations des relations empiriques (tableau 2.5),

- c) Utilisation des graphes pour les sections rectangulaires, trapézoïdale (Fig. 2.4) ou circulaires (Fig. 2.5).

TABLEAU 2.4 – Relations analytiques pour le calcul de la profondeur normale.

Canal	Relation obtenue de l'éq. (2.17)	
Rectangulaire	$\frac{nQ}{S_0^{1/2}} = \frac{[by_n]^{5/3}}{[b + 2y_n]^{2/3}}$	(2.18)
Triangulaire	$y_n = \left(\frac{nQ}{S_0^{1/2}} \right)^{3/8} \frac{(2\sqrt{1+m^2})^{1/4}}{m^{5/8}}$	(2.19)
Trapézoïdal	$\frac{nQ}{S_0^{1/2}} = \frac{[(b + my_n)y_n]^{5/3}}{[b + 2y_n\sqrt{1+m^2}]^{2/3}}$	(2.20)
Circulaire	$\frac{nQ}{S_0^{1/2}} = \frac{\left[\frac{d_0^2}{8} \left(\frac{\pi\theta_n}{90} - \sin 2\theta_n \right) \right]^{5/3}}{\left[\frac{\pi\theta_n d_0}{180} \right]^{2/3}}$	(2.21a)
	$\theta = 180 - \arccos \left(\frac{2y_n}{d_0} - 1 \right)$	(2.21b)

2.4 Canaux composites

Les canaux dont le lit et chaque paroi (berge) ont des rugosités différentes (périmètre mouillé non homogène) sont appelés canaux composites (Fig. 2.3). La rugosité équivalente, représentée par le coefficient de *Manning* équivalent, est calculée par :

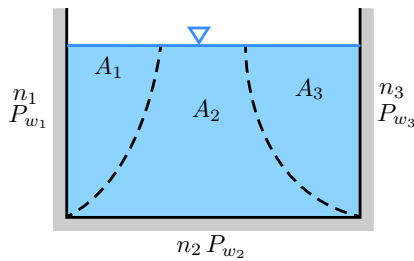


FIGURE 2.3 – Section à rugosité composée.

1. La formule d'*Horton* (1933) et *Einstein* (1934)

$$n_e = \left[\frac{1}{P_w} \sum (n_i^{3/2} P_{w_i}) \right]^{2/3} \quad (2.22)$$

2. La Formule de *Lotter* (1932)

$$n_e = \frac{P_w R_h^{5/3}}{\sum \frac{P_{w_i} R_{h_i}^{5/3}}{n_i}} \quad (2.23)$$

TABLEAU 2.5 – Relations empiriques pour le calcul de la profondeur normale.

Canal	Auteurs	Formules de y_n	
Rectangulaire	<i>Achour & Bédjaoui</i> (2006)	$M = \frac{nQ}{\sqrt{S_0} b^{8/3}}$	(2.24a)
		$\eta_n = M^{3/5} + \frac{4}{5} M^{6/5} + \frac{4}{5^2} M^{9/5} - \frac{16}{5^3} M^{12/5} - \frac{4}{5} M^{15/5} + \frac{896}{5^6} M^{18/5} + \dots$	(2.24b)
		$y_n \approx \eta_n b$	(2.24c)
Trapézoïdal	<i>Vatankhah</i> (2013)	$\varepsilon_n = 4 \left(\frac{m(1+m^2)^{1/3} nQ}{\sqrt{S_0} b^{8/3}} \right)^{3/5}$	(2.25a)
		$m_* = \frac{m}{\sqrt{1+m^2}} - 1$	(2.25b)
		$t_{n0} = 0,885 m_* + 0,98 \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{(m_* + 1,05)^{0,033}} \right)^{0,465}$	(2.25c)
		$\eta_n = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \varepsilon_n \left(m_* + \sqrt{1 + \varepsilon_n t_{n0}^{0,55}} \right)^{0,4}}$	(2.25d)
		$y_n \approx \eta_n \frac{b}{m}$	(2.25e)
Circulaire	<i>Hager</i> (1985)	$q_N = \frac{nQ}{\sqrt{S_0} d_0^{8/3}}$	(2.26a)
		$y_n \approx 0,926 \cdot d_0 \left(1 - (1 - 3,11 \cdot q_N)^{0,5} \right)^{0,5}$	(2.26b)
	<i>Achour</i> (2013)	$y_n \approx \frac{11 \cdot d_0}{900} \arcsin \left(1,614 \cdot q_N^{0,485} \right)$	(2.26c)

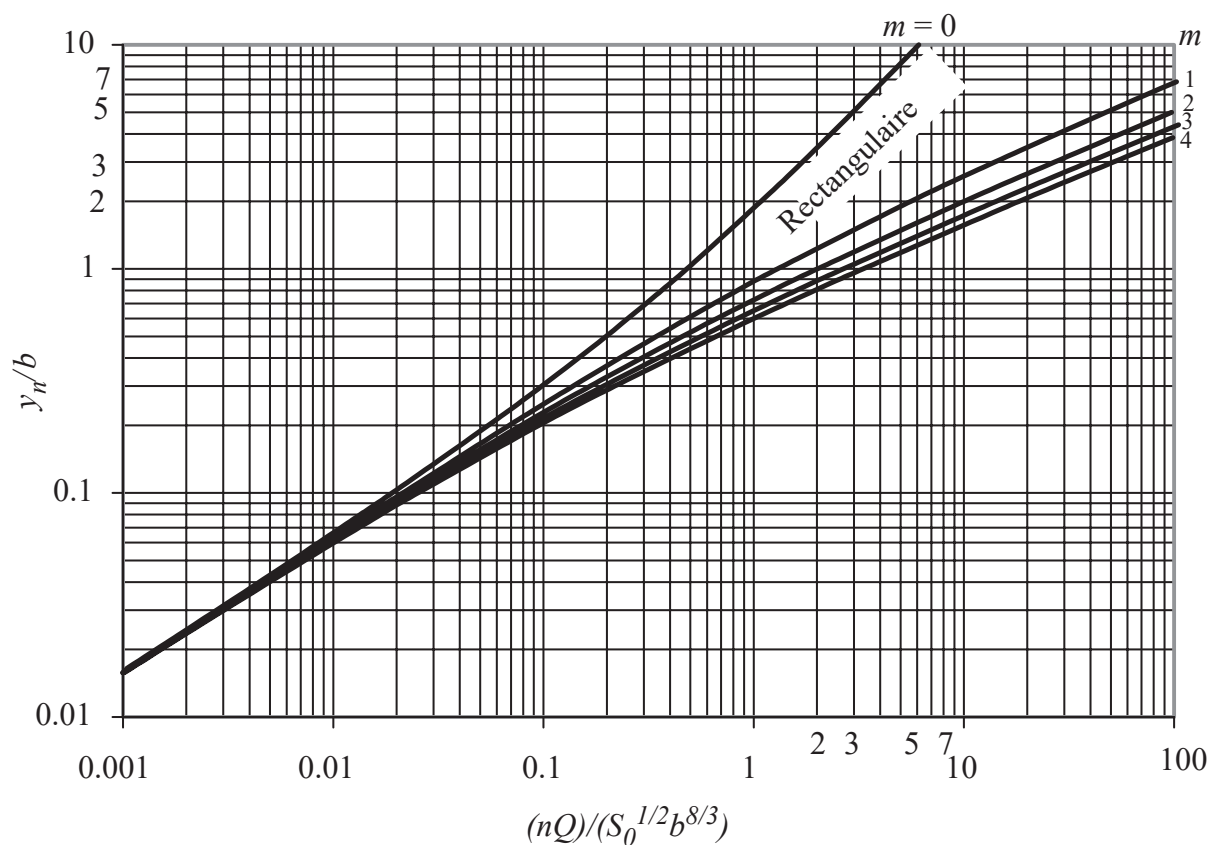


FIGURE 2.4 – Détermination de la profondeur normale des canaux de section rectangulaire et trapézoïdale.

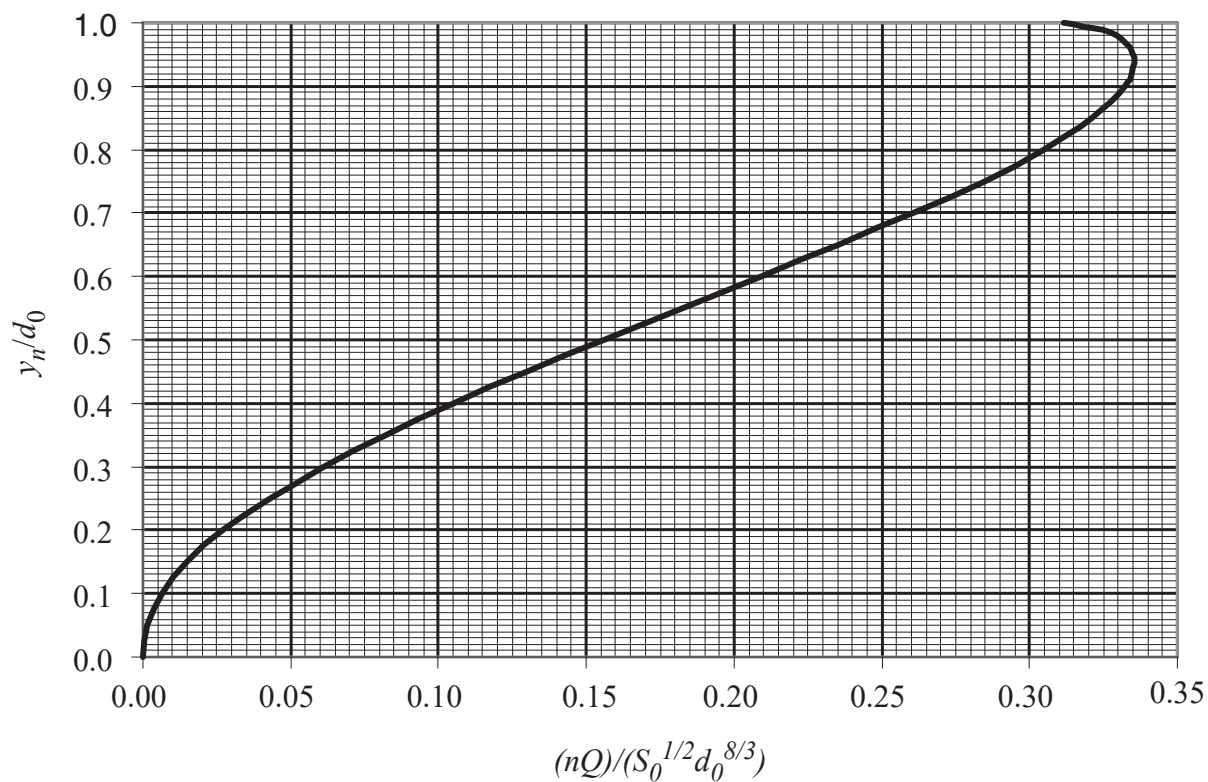


FIGURE 2.5 – Détermination de la profondeur normale des canaux de section circulaire.

2.5 Canaux composés

La plupart des canaux naturels ont des formes irrégulières. En outre, de nombreux canaux naturels ont une partie principale et une ou deux zones inondables. Ces canaux sont appelés canaux composés (Fig. 2.6).

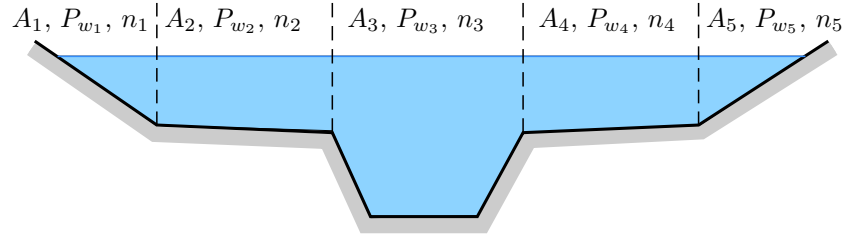


FIGURE 2.6 – Canaux composés.

Le débit :

$$Q = VA = AC\sqrt{R_h S_0} \quad (2.27)$$

On appelle débitance la valeur :

$$K = CA\sqrt{R_h} \quad (2.28)$$

d'où

$$Q = K\sqrt{S_0} \quad (2.29)$$

Pour une section de canal composé constitué de plusieurs sous-sections ayant des caractéristiques différentes, nous pouvons définir la débitance de chaque sous-section individuelle comme : $K_i = C_i A_i \sqrt{R_{hi}}$

Le débit Q dans la section totale : $Q = \sum Q_i = \sum \left(K_i \sqrt{(S_0)_i} \right)$

En supposant que S_0 est la même pour toutes les sous-sections

$$Q = \left(\sum K_i \right) \sqrt{S_0} \quad (2.30)$$

La profondeur normal pour un débit donné dans un canal composé est la profondeur qui satisfait à l'équation (2.30).

2.6 Vitesse et débit maximales

Les canaux couverts, c'est-à-dire ceux dans lesquels la largeur superficielle diminue avec la profondeur dans une certaine plage, ont une propriété intéressante dans laquelle la vitesse et le débit peuvent atteindre une valeur maximale à des valeurs limites de profondeur.

Pour un débit maximal : $\frac{dQ}{dy} = 0$

$$\frac{d}{dy} \left(AR_h^{2/3} \right) = 0 \quad (2.31)$$

Dz la même façon , la vitesse est maximale si $\frac{dV}{dy} = 0$

$$\frac{dR}{dy} = 0 \quad (2.32)$$

2.7 Les meilleures sections transversales hydrauliques

Supposons que l'on cherche le débit maximum pour un canal où n , A et S_0 sont constants. Le débit d'écoulement est donné par la formule de *Manning*,

$$Q = VA = \frac{A^{5/3}}{n} \frac{1}{P_w^{2/3}} S_0^{1/2} \quad (2.16)$$

Ainsi, la meilleure section transversale hydraulique (ou le profil de débit maximal) pour un canal ouvert est celle pour laquelle le rayon hydraulique est maximum ou de façon équivalente pour laquelle le périmètre mouillé de la section transversale est minimum : $dP_w/dy = 0$.

De toutes les formes de sections évasées vers le haut c'est évidemment la forme demi-circulaire qui réalise le périmètre minimal pour une aire donnée. Dans ce cas, on a : $y = d_0/2$ et $R_h = y/2$.

En analysant les différentes sections de canaux, on trouve les relations montrées sur la figure 2.7. La démonstration de ces relations est donnée dans la solution de l'exercice ??.

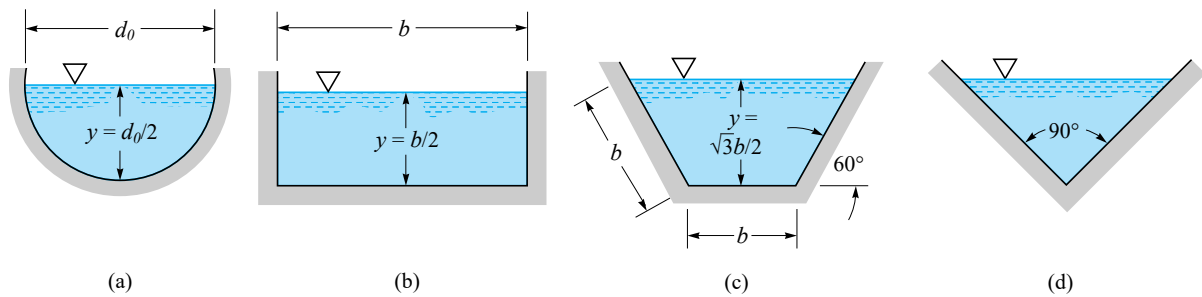


FIGURE 2.7 – Les meilleures sections transversales hydrauliques.