

II.1 Représentation des systèmes par leurs équations différentielles

II.1.1 Mise en équation

Considérons un système quelconque A, le plus général possible, possédant une entrée e et une sortie (fig. 2–1).

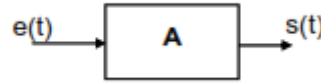


Fig. 2–1 : Représentation d'un système quelconque à 1 entrée – 1 sortie

Si on applique un signal à l'entrée, on recueillera, à la sortie, un signal qui sera liée au signal d'entrée par une équation différentielle de type :

$$a_n \frac{d^n s}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s = b_k \frac{d^k e}{dt^k} + \dots + b_1 \frac{de}{dt} + b_0 e$$

- Les coefficients a_i et b_j sont les paramètres du système et ils sont censés être connus, ce qui est le cas dans la pratique pour la plupart des systèmes courants. Ils représentent diverses constantes de temps et divers coefficients de proportionnalité accessibles à la mesure.
- La difficulté de la mise en équation réside surtout au niveau de la connaissance du processus lui-même. En réalité, l'équation différentielle à laquelle on arrive n'est souvent qu'une approximation qui consiste à négliger des termes d'ordre plus élevé. Cette précision suffit dans la plupart des cas, bien qu'une étude plus poussée soit quelque fois nécessaire.
- Une fois l'équation du système établie, il faut exprimer la valeur de la sortie en fonction du temps pour connaître les régimes permanents et transitoires. Pour cela, il existe 2 méthodes.

<i>Méthode Classique</i>	Consiste à résoudre l'équation différentielle décrivant ce système, c'est-à-dire trouver une réponse forcée et une réponse libre pour le système. Mais cette méthode ne permet pas toujours de trouver une solution et peut amener à une difficulté de résolution dès que l'ordre de l'équation différentielle dépasse 2.
--------------------------	---

<i>Méthode Opérationnelle</i>	Basée sur le calcul opérationnel ou, essentiellement, sur la transformée de Laplace qui mettra en relation, une fonction de la variable du temps $f(t)$ avec une fonction de la variable complexe $F(p)$ dépendant de la pulsation. Notation : $L[f(t)] = F(p)$ avec $p = a + j.b$ (nombre complexe)
-------------------------------	---

II.1.2 Transformée Directe de Laplace

Par définition, $f(t)$ étant une fonction réelle du temps (nulle pour $t < 0$), on appelle Transformée de Laplace de cette fonction, notée $L\{f(t)\}$, la fonction de la variable complexe $F(p)$ telle que :

$$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \quad \text{pour } t \geq 0$$

avec :

- $f(t) = 0$ pour $t < 0$
- p : complexe indépendant du temps
- $F(p) = L\{f(t)\}$: transformée de Laplace ou image de $f(t)$
- $f(t)$: originale ou fonction objet de $F(p)$.

Exemple 1

La figure 2-2 représente la fonction échelon unitaire $u(t)$ ou Heaviside:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

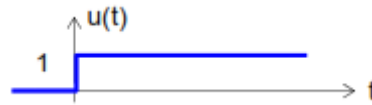


Fig. 2-2 : Fonction échelon unitaire

$$\mathcal{L}\{u(t)\} = U(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} u(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \left[\frac{e^{-pt}}{-p} \right]_0^{\infty} \Rightarrow U(p) = \frac{1}{p}$$

- Exemple 2

Soit à calculer $\mathcal{L}\{f'(t)\}$ connaissant $\mathcal{L}\{f(t)\}$.

$$\text{On a : } \mathcal{L}\{f(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

En utilisant l'intégration par partie, on aura :

$$u = f(t) \quad dv = e^{-pt} dt$$

$$du = f'(t) dt \quad v = \frac{e^{-pt}}{-p}$$

$$\text{Or : } (uv)' = u'v + uv' \Rightarrow \int uv' = uv - \int u'v$$

$$\Rightarrow F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \left[f(t) \frac{e^{-pt}}{-p} \right]_0^{\infty} + \frac{1}{p} \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt$$

$$\Rightarrow F(p) = \frac{f(0)}{p} + \frac{1}{p} \mathcal{L}\{f'(t)\}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = p F(p) - f(0)$$

Si la condition initiale est nulle ($f(0) = 0$), alors :

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = p F(p)$$

De même, si toutes les conditions initiales sont nulles ($f(0) = f'(0) = f''(0) = \dots = 0$), alors :

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p)$$

Dans ce cas-là, l'équation différentielle (pour un système linéaire) liant l'entrée $e(t)$ à la sortie $s(t)$,

$$a_n \frac{d^n}{dt^n} s(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} s(t) + a_0 s(t) = b_k \frac{d^k}{dt^k} e(t) + \dots + b_1 \frac{d}{dt} e(t) + b_0 e(t)$$

S'écrit, en utilisant la transformée de Laplace, :

$$a_n p^n S(p) + \dots + a_1 p S(p) + a_0 S(p) = b_k p^k E(p) + \dots + b_1 p E(p) + b_0 E(p)$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{b_k p^k + \dots + b_0}{a_n p^n + \dots + a_0} E(p)$$

$$\text{avec } S(p) = \mathcal{L}\{s(t)\}$$

$$\text{et } E(p) = \mathcal{L}\{e(t)\}$$

II.1.3 Transformée de Laplace inverse

Pour retrouver l'originale d'une fonction $F(p)$ donnée, on décompose cette fonction (en général, une fraction rationnelle en p) en éléments simples dont on prendra l'original dans la table de transformation.

Exemple1

$$F(p) = \frac{1}{(p+2)(p+3)}$$

$$f(t) = TL^{-1}\{F(p)\} = \mathcal{L}^{-1}\{F(p)\}$$

$$F(p) = \frac{1}{p+2} - \frac{1}{p+3}$$

$$f(t) = TL^{-1}\left\{\frac{1}{p+2}\right\} - TL^{-1}\left\{\frac{1}{p+3}\right\}$$

$$f(t) = \exp(-2t) + \exp(-3t) \quad t > 0$$

Exemple 2 :

Soit à trouver la solution dans le domaine temporel de :

$$Y(p) = \frac{p+1}{p^3 + p^2 - 6p}$$

- 1) Mettre le dénominateur sous forme de produit :

$$Y(p) = \frac{p+1}{p^3 + p^2 - 6p} = \frac{p+1}{p(p-2)(p+3)}$$

- 2) Mettre $F(p)$ sous la forme d'une somme de fractions partielles :

$$Y(p) = \frac{p+1}{p(p-2)(p+3)} = \frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{p-2} + \frac{A_3}{p+3}$$

- 3) Calcule de la valeur de chaque coefficient :

$$A_1 = \lim_{p \rightarrow 0} pY(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p+1}{(p-2)(p+3)} = -\frac{1}{6}$$

$$A_2 = \lim_{p \rightarrow 2} (p-2)Y(p) = \lim_{p \rightarrow 2} \frac{p+1}{p(p+3)} = \frac{3}{10}$$

$$A_3 = \lim_{p \rightarrow -3} (p+3)Y(p) = \lim_{p \rightarrow -3} \frac{p+1}{p(p-2)} = -\frac{2}{15}$$

- 4) Exprimer la solution en p :

$$Y(p) = \frac{p+1}{p(p-2)(p+3)} = -\frac{1}{6p} + \frac{3}{10p-2} - \frac{2}{15p+3}$$

- 5) Exprimer la solution dans le domaine temporel :

$$y(t) = -\frac{1}{6} + \frac{3}{10}e^{2t} - \frac{2}{15}e^{-3t}$$

Pour $t > 0$ (à ne pas oublier)

II.1.4 Théorème de la valeur initiale

Soit à démontrer que : $f(0^+) = \lim_{p \rightarrow \infty} \{ p F(p) \}$

On a : $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\} = \mathcal{L}\{f'(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt = p F(p) - f(0^+)$$

quand : $p \rightarrow \infty$, $e^{-pt} \rightarrow 0$, donc $0 = p F(p) - f(0^+)$

$$f(0^+) = \lim_{p \rightarrow \infty} \{ p F(p) \}$$

II.1.5 Théorème de la valeur finale

Soit à démontrer que : $f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \{ p F(p) \}$

On a : $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt = p F(p) - f(0^+)$$

Si $(p \rightarrow 0)$, Alors $(e^{-pt} \rightarrow 1)$. d'où $\int_0^{\infty} f'(t) dt = \lim_{p \rightarrow 0} \{ p F(p) - f(0^+) \}$

Or : $\int_0^{\infty} f'(t) dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f'(\tau) d\tau = \lim_{t \rightarrow \infty} \{ f(t) - f(0^+) \}$

Donc : $\lim_{p \rightarrow 0} \{ p F(p) - f(0^+) \} = \lim_{t \rightarrow \infty} \{ f(t) - f(0^+) \}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \{ p F(p) \}$$

II.1.6 Utilisation de la transformée de Laplace

En appelant $S(p)$ et $E(p)$ les transformées de $s(t)$ et de $e(t)$, si on prend la Transformée de Laplace des deux membres de l'équation différentielle :

$$a_n \frac{d^n s}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s = b_k \frac{d^k e}{dt^k} + \dots + b_1 \frac{de}{dt} + b_0 e$$

On aura :

$$a_n p^n S(p) + \dots + a_1 p S(p) + a_0 S(p) = b_k p^k E(p) + \dots + b_1 p E(p) + b_0 E(p)$$

d'où :

$$S(p) = \frac{b_k p^k + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \cdot E(p)$$

Si l'on connaît l'image $E(p)$ de $e(t)$, il est facile, grâce aux tables de transformées de Laplace, de revenir à l'original de $S(p)$.

D'une manière générale, cette notation n'est valable que si :

- Le système est linéaire à coefficients constants,

- Toutes les variables et leurs dérivées sont nulles pour $t < 0$ (le système part du repos absolu),
- Le système est dissipatif, donc sa réponse tend, plus ou moins, vers un régime permanent indépendant des conditions initiales.

II.2 Notion de fonction de transfert

II.2.1 Introduction

Rappelons que :

- Si nous considérons un système quelconque A, le plus général possible, possédant une entrée $e(t)$ et une sortie $s(t)$ (fig. 2-3):

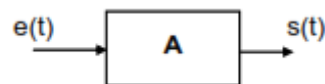


Fig. 2-3 : Représentation d'un système quelconque à 1 entrée – 1 sortie

- Alors, Si on applique un signal à l'entrée, on recueillera, à la sortie, un signal qui sera liée au signal d'entrée par une équation différentielle de type :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s = b_k \frac{d^k e(t)}{dt^k} + \dots + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t)$$

En appelant $S(p)$ et $E(p)$ les transformées Laplace de $s(t)$ et de $e(t)$, si on prend la Transformée de Laplace des deux membres de l'équation différentielle, on aura :

$$a_n p^n S(p) + \dots + a_1 p S(p) + a_0 S(p) = b_k p^k E(p) + \dots + b_1 p E(p) + b_0 E(p)$$

d'où :	$S(p) = \frac{b_k p^k + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \cdot E(p)$
--------	---

Par définition, la **FONCTION DE TRANSFERT** du système de la figure (2-3) est le quotient :

$$F(p) = \frac{b_k p^k + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}$$

La Fonction de Transfert caractérise la dynamique du système. Elle ne dépend que de ses caractéristiques physiques. Ainsi, dorénavant, un système sera décrit par sa fonction de transfert et non par l'équation différentielle qui le régit.

II.2.2 Fonction de transfert d'un ensemble d'éléments

II.2.2.1 Eléments en série (ou cascade)

Soit n éléments de fonction de transfert $G_1(p)$ $G_n(p)$ mis en série (la sortie du premier est reliée à l'entrée du second, etc...) (fig. 2-4).

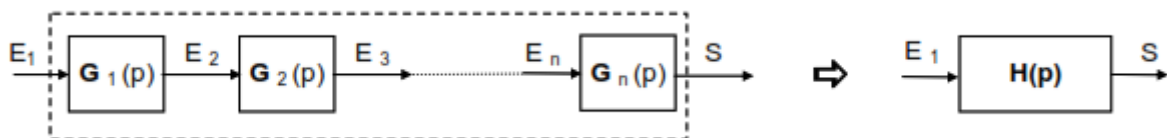


Fig. 2-2 : Connexion en série (ou cascade) de fonctions de transfert

La fonction de transfert de l'ensemble est égale au produit des fonctions de transfert de chaque élément :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E_1(p)} = G_1(p) \cdot G_2(p) \cdot \dots \cdot G_n(p)$$

II.2.2.2 Eléments en parallèle

Soient n éléments de fonction de transfert $G_1(p)$ $G_n(p)$ mis en parallèle (fig. 2-5).

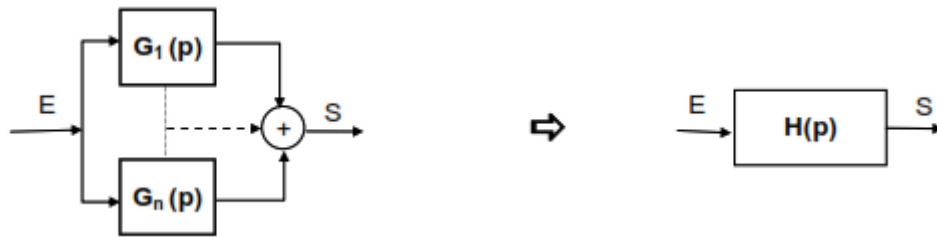


Fig. 2-5 : Connexion en parallèle de fonctions de transfert

La fonction de transfert équivalente $H(p)$ a pour expression :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = G_1(p) + G_2(p) + \dots + G_n(p)$$

II.2.3 Fonction de Transfert en Boucle Fermée (FTBF)

Soit un système asservi, le plus général, représenté par le schéma de la fig. 2-6.

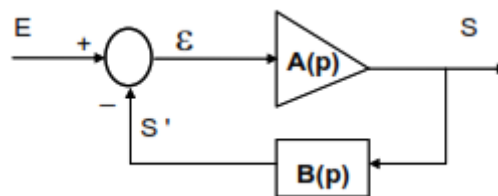


Fig. 2-6 : Schéma fonctionnel d'un système asservi (Boucle Fermée)

Soit $A(p)$ et $B(p)$, respectivement, les fonctions de transfert des chaînes directe et de retour.

Cherchons la fonction de transfert du système complet : $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$

Nous avons les relations suivantes :

$$S(p) = A(p) \cdot \varepsilon(p) \quad , \quad S'(p) = B(p) \cdot S(p) \quad , \quad \varepsilon(p) = E(p) - S'(p)$$

$$S(p) = A(p) \cdot [E(p) - S'(p)] = A(p) \cdot [E(p) - B(p) \cdot S(p)]$$

$$\text{d'où} \quad S(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p) \cdot B(p)} E(p)$$

La fonction de transfert d'un système bouclé ou en Boucle Fermée (FTBF) est donc le rapport de la fonction de transfert de sa chaîne directe à $1 + A(p) \cdot B(p)$.

$$H(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p) \cdot B(p)}$$

II.2.4 Fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO)

La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte (également appelée F.T.B.O.) est la fonction de transfert qui lie les transformées de Laplace de la sortie de la chaîne de retour $S'(p)$ à l'erreur $e(p)$. Elle correspond à l'ouverture de la boucle (Fig. 2-7):

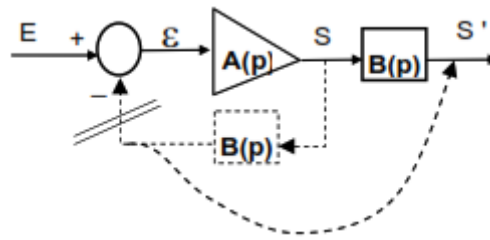


Fig. 2–7 : Schéma fonctionnel d'un système asservi en Boucle Ouverte

Dans ce cas, $e = E$ puisque le comparateur ne reçoit plus qu'une seule information.

$$\begin{aligned} \text{On a donc : } S'(p) &= B(p) \cdot S(p) \\ &= B(p) \cdot A(p) \cdot \varepsilon(p) \\ &= B(p) \cdot A(p) \cdot E(p) \end{aligned}$$

$$\text{d'où : } \frac{S'(p)}{\varepsilon(p)} = K(p) = A(p) \cdot B(p)$$

La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte (ou FTBO) d'un asservissement est le produit des fonctions de transfert de la chaîne directe par la chaîne de retour.

La fonction de transfert en boucle ouverte a une grande importance dans l'étude de la stabilité des systèmes ; de plus, elle est directement accessible à la mesure.

II.2.5 Fonction de transfert d'un système à boucles multiples

Il existe des systèmes complexes où l'on rencontre, non seulement une chaîne de retour principale, mais un grand nombre de chaînes de retour secondaires. Dans ces asservissements, il y a plusieurs régulateurs ou servomécanismes dans une chaîne. La figure 2–8 en donne un exemple.

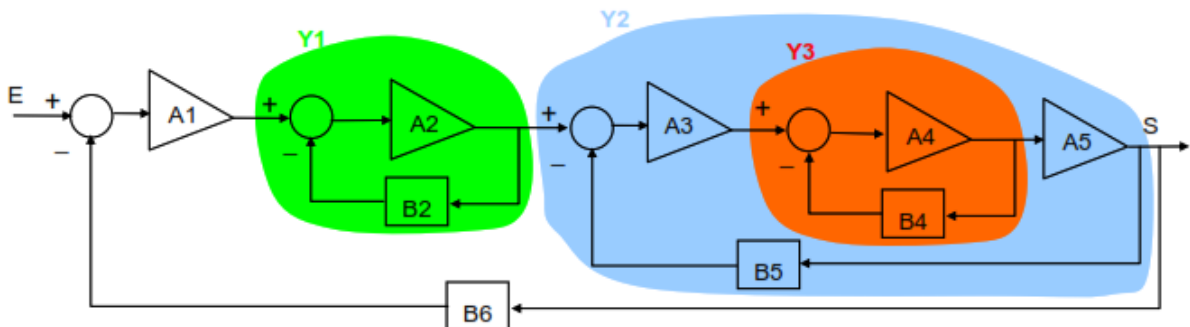


Fig. 2–8 : Exemple de système asservi à boucles multiples

Le calcul de la fonction de transfert d'un tel système peut paraître compliqué. Pour mener à bien ce calcul, il faut utiliser l'artifice suivant : au lieu de considérer la fonction de transfert globale $Y(p)$, on considère son inverse $1/Y(p)$.

$$Y(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p) \cdot B(p)} \qquad \frac{1}{Y(p)} = B(p) + \frac{1}{A(p)}$$

Dans notre cas :

$B(p) = B_6(p)$ transmittance de la chaîne de retour

$A(p)$ transmittance de la chaîne directe

$$A(p) = A_1(p) \cdot Y_1(p) \cdot Y_2(p)$$

En appliquant la même procédure, on a :

$$\frac{1}{Y_1} = B_2 + \frac{1}{A_2}, \qquad \frac{1}{Y_2} = B_5 + \frac{1}{A_3 Y_3 A_5}, \qquad \frac{1}{Y_3} = B_4 + \frac{1}{A_4}$$

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{A_1 Y_1 Y_2} = \frac{1}{A_1} \left(B_2 + \frac{1}{A_2} \right) \left[B_5 + \frac{1}{A_3 A_5} \left(B_4 + \frac{1}{A_4} \right) \right]$$

$$\text{Soit : } \frac{1}{Y(p)} = B_6 + \frac{1}{A_1} \left(B_2 + \frac{1}{A_2} \right) \left[B_5 + \frac{1}{A_3 A_5} \left(B_4 + \frac{1}{A_4} \right) \right]$$

II.2.6 Formes générales de la Fonction de Transfert d'un système linéaire

Soit un système asservi représenté par sa fonction de transfert de forme générale suivante :

$$F(p) = \frac{B_m p^m + \dots + B_0}{A_n p^n + \dots + A_0} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

Si $N(p)$ et $D(p)$ ont des racines alors :

$$N(p) = B_m [(p - z_1)(p - z_2) \dots (p - z_m)] \qquad \text{ou} \qquad N(p) = B_m \prod_{i=1}^m (p - z_i)$$

$$D(p) = A_n [(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)] \qquad \text{ou} \qquad D(p) = A_n \prod_{j=1}^n (p - p_j)$$

$$F(p) \text{ s'écrit alors : } F(p) = \frac{B_m \prod_{i=1}^m (p - z_i)}{A_n \prod_{j=1}^n (p - p_j)} \qquad \text{Avec : } m < n \text{ pour un système réel}$$

Les racines du numérateur sont appelées " **zéros de la fonction de transfert** ",

Les racines du dénominateur sont appelées " **pôles de la fonction de transfert** ",

$$\text{On pose : } k = \frac{B_m}{A_n} \qquad \text{et} \qquad K = k \frac{\prod_{i=1}^m (-z_i)}{\prod_{j=1}^n (-p_j)} \qquad \text{D'où : } F(p) = K \frac{\prod_{i=1}^m (1 - \frac{p}{z_i})}{\prod_{j=1}^n (1 - \frac{p}{p_j})}$$

K est appelé gain du système ou de la fonction de transfert

Dans $F(p)$:

* K *caractérise le régime statique (ou permanent)*

* $\frac{\prod_{i=1}^m (1 - \frac{p}{z_i})}{\prod_{j=1}^n (1 - \frac{p}{p_j})}$ *caractérise le régime transitoire (ou dynamique)*

Exemple :

$$F(p) = \frac{16(1-0.2p)^2}{p^2(1+0.5p)(p^2+1)^4}$$

* Gain de la FT : 16

* Pôles : 0 (double), $-\frac{1}{0.5}$, $\pm j$ (quadruple)

* Zéros : $\frac{1}{0.2}$ (double)

II.2.7 Règles de transformation des schémas fonctionnels

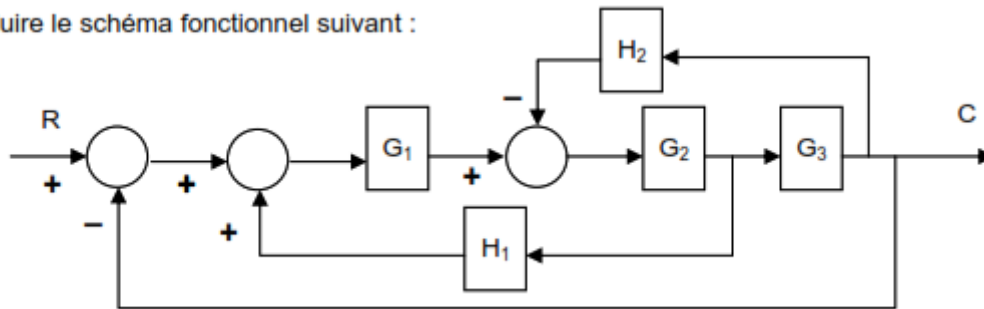
D'une manière générale, pour simplifier un bloc fonctionnel il est souvent plus judicieux de déplacer les points de connexion et les comparateurs (ou additionneurs), d'inter-changer ces derniers, puis de réduire les boucles internes.

	Schéma fonctionnel original	Schéma fonctionnel équivalent
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		

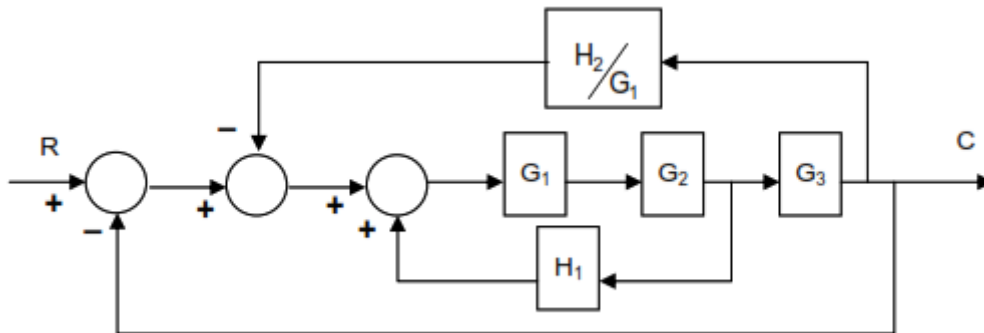
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		

Exemple de réduction successive d'un schéma fonctionnel

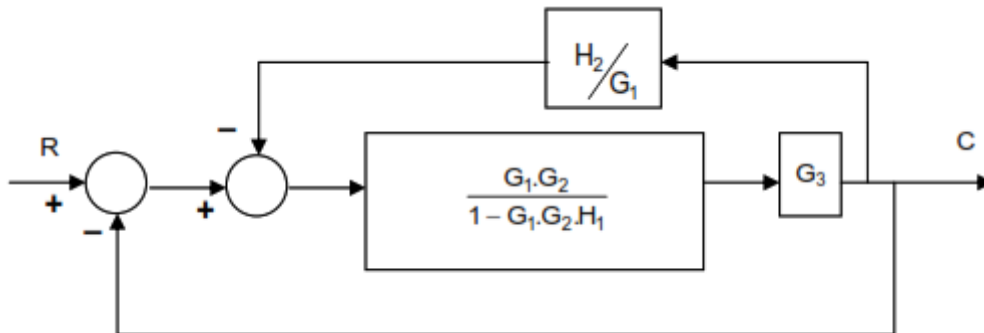
Soit à réduire le schéma fonctionnel suivant :



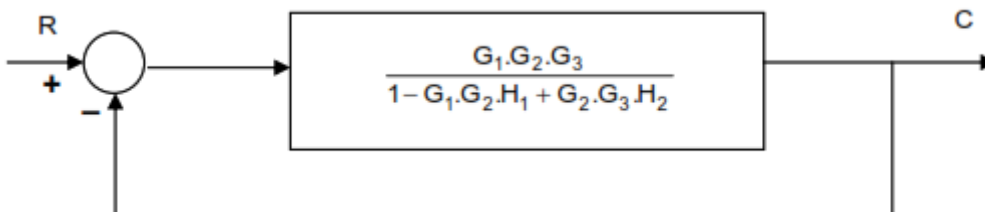
En appliquant la règle n° 6, puis la règle n° 1, on obtient :



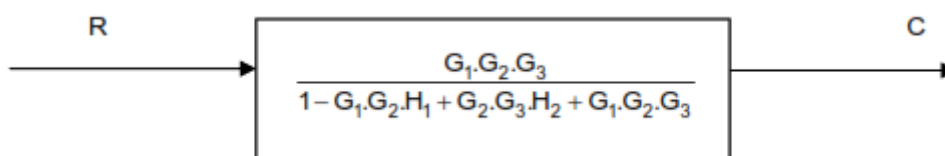
Règle n° 14 :



Règle n°13 :



Règle n° 13 :



Annexe A : Table des principales transformées de Laplace et leurs propriétés

Table des Transformées de Laplace	
$f(t) \quad (t \geq 0)$	$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
<i>Impulsion unitaire</i> $\delta(t)$	1
<i>Echelon unitaire</i> $u(t)$	$\frac{1}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$
$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(p+a)(p+b)}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$t \cdot \sin(\omega t)$	$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$t \cdot \cos(\omega t)$	$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$e^{-at} \cdot \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cdot \cos(\omega t)$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$

(n : entier positif)

Propriétés des Transformées de Laplace	
$f(t) \quad (t \geq 0)$	$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
$f(t)$	$\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
$\lambda_1 f_1(t) + \lambda_2 f_2(t)$	$\lambda_1 F_1(p) + \lambda_2 F_2(p)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0) - \dot{f}(0)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p) - \sum_{r=n+1}^{r=2n} p^{2n-r} \cdot \frac{d^{(r-n-1)} f(0)}{dt^{(r-n-1)}}$
$\int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t f(t) \cdot dt^n$ (avec conditions initiales nulles)	$\frac{F(p)}{p^n}$
$f(kt)$	$\frac{1}{k} \cdot F\left(\frac{p}{k}\right)$
$f\left(\frac{t}{k}\right)$	$k \cdot F(kp)$
$e^{-at} f(t)$	$F(p+a)$
$f(t-\tau)$ pour $(t \geq \tau)$	$e^{-p\tau} \cdot F(p)$
$\int_0^t f_1(t-\tau) \cdot f_2(\tau) d\tau$	$F_1(p) \cdot F_2(p)$
$t \cdot f(t)$	$-\frac{d}{dp} F(p)$
▪ $f(t)$ fonction périodique de période T. ▪ $f_i(t)$ fonction définie sur la $i^{\text{ème}}$ période de $f(t)$. $F(p) = \frac{F_1(p)}{1 - e^{-pT}}$	
$f(0^+) = \lim_{p \rightarrow \infty} \{pF(p)\} \qquad f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \{pF(p)\}$ Si les limites existent	