المحاضرة الخامسة: الوفيـــــــــــــــــــــــــات

الوفيات هي ظاهرة غير متجددة، نظام التحليل الديموغرافي يسمح بمعرفة عدد الأشخاص المتوفين خلال فترة زمنية معينة، إذن نتحصل على توزيع الوفيات في مختلف الأعمار.

S_0: العدد الأولي (الفئة الأولية).

S_x: الأحياء عند العمر x.

$d(x, x+1)$: الوفيات عند عيدي ميلاد متتابعين.

عندما يكون لدينا فئة أولية وسلسلة وفيات، يمكن بسهولة حساب سلسلة الأحياء خلال أعياد ميلاد مختلفة.

$$S_{x+1}, S_{x+2}, \dots\dots\dots\dots\dots\dots, S_{x+n}$$

$$S_{x+1} = S_x - d(x, x+1)$$

انطلاقا من حساب سلسلة ، يمكن حساب احتمال الوفيات السنوية:

$$q_x = \frac{d(x, x+1)}{S_x}$$

q_x: يعتبر احتمال وفاة الأشخاص الأحياء في عيد ميلاد، قبل قدوم عيد الميلاد المقبل.

في حين احتمال البقاء على قيد الحياة p_x هي مكمل لوحدة q_x.

$$p_x = 1 - q_x$$

$$p_x = \frac{S_{x+1}}{S_x} \qquad , \qquad p_0 = \frac{S_1}{S_0}$$

مجال العمر يمكن أن يتغير أيضا:

$$\boldsymbol{nq_x} \qquad \boldsymbol{et} \qquad \boldsymbol{np_x}$$

$$\boldsymbol{aq_x} \qquad \boldsymbol{et} \qquad \boldsymbol{ap_x}$$

n و a يمثلان الفئة العمرية المعتمدة.

مثال1:

$$5q_x = \frac{d(x, x+5)}{S_x}$$

$$5q_5 = \frac{d(5,10)}{S_5} \qquad , \qquad 5q_{10} = \frac{d(10,15)}{S_{10}}$$

$5q_{10}$: يعبر عن الخطر المتعلق بالطفل عمره 10 سنوات بالموت قبل عيد ميلاده 15.

نفس التحليل ينطبق على قيد الحياة.

$$np_x \qquad ou \qquad ap_x = \frac{S_{x+a}}{S_x}$$

$$1p_{40} = \frac{S_{41}}{S_{40}} \qquad , \qquad 20p_{40} = \frac{S_{60}}{S_{40}}$$

مثال2:

التوزيع حسب أعمار الوفيات: $S_0 = 100000$

يسهل علينا مع سلسلة الوفيات تشكيل توزيع الوفيات، إذا كان لدينا سلسلة الأحياء، يمكن بكل سهولة سلسلة الأموات، واحتمال الوفيات.

العمر (x سنة كاملة)	S_x
0	100000
1	84730
2	79473
3	76536
:	:
:	:
98	55
99	34
100	20

S_0: العدد الأولي.

S_x: الأحياء عند العمر x.

$$S_1 = S_0 - d(0,1)$$

$$S_2 = S_1 - d(1,2)$$

$$S_x = S_{x-1} - d(x, x+1)$$

في حالة ما إذا كان لدينا السلسلة S_x ، فإن حساب سلسلة الوفيات يكون كالتالي:

$$d(0,1) = S_0 - S_1 = 100000 - 84730 = 15270$$

$$d(1,2) = S_1 - S_2 = 84730 - 79437 = 5257$$

وهكذا....

احتمال الوفيات q_x: يقيس الخطر الإحصائي لوفاة شخص في عمره x عند عيد الميلاد بالموت قبل عيد ميلاده المقبل.

q_x:: يعبر عنه ‰

$$q_x = \frac{d(x, x+1)}{S_x}$$

$$q_0 = \frac{d(0,1)}{S_0} = \frac{15270}{100000} \times 1000 = 152.7O \text{ ‰}$$

$d(x, x+1)$	q_x ‰
15270	152.7
5257	62.04
2937	36.95
:	:
:	:
:	:
21	:
14	:
20	:

I – المنوال:

هو العمر الذي يكون فيه عدد الوفيات أكثر ارتفاعا، أو العمر المنوالي للوفاة.

العمر	$d(x, x+1)$
–	–
–	–
–	–
73	1674
74	1694
75	1700
76	1651
–	–
–	–
–	–

العمر المنوالي هو: 75

II – الوسيط:

يمثل قيمة المعيار، وهو النقطة المركزية لتوزيع الأعمار.

إذا كان عدد الأحياء: 100000

العمر	S_x	$d(x, x+1)$
–	–	–
–	–	–
–	–	–
44	50656	–
45	50074	582
46	49487	587
–	–	–
–	–	–
–	–	–

لدينا عدد الأحياء زوجي:

$$\frac{N}{2} = \frac{100000}{2} = 50000$$

لحساب وسيط الوفاة أو العمر المحتمل للوفاة يكون كما يلي:

لدينا احتمالين من أجل بلوغ هذا العمر يقع بين 45 و46، وبالتالي الوسيط يعطى كما يلي:

$$45 + \frac{50074 - 50000}{50000 - 49487} = 45 + \frac{74}{587} = 45.13$$

وبالتالي العمر الوسيط هو: 45.13 سنة,

III – المتوسط أو توقع الحياة (e_0):

من خلال سلسلة الوفيات أو الأحياء، يمكن حساب مؤشر اصطناعي لجدول الوفيات.

يمثل e_0 متوسط مرجح لمختلف الأعمار عند الوفاة مقسوما على العدد في الجيل.

$$\boldsymbol{e_0} = \frac{\sum_{x=0}^{\mathbf{n}} \text{الوفيات} \times \text{العمر عند الوفاة}}{\boldsymbol{S_0}}$$

$$e_0 = \frac{\sum_{x=0}^{\mathrm{n}} (x + 0.5) \times d(x, x+1)}{S_0}$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5d(0,1) + 1.5d(1,2) + 2.5d(2,3) + \cdots\cdots + 99.5d(99,100)]$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5(S_0, S_1) + 1.5(S_1, S_2) + 2.5(S_2, S_3) + \cdots\cdots + 99.5(S_{99}, S_{100})]$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5S_0 - 0.5S_1 + 1.5S_1 - 1.5S_2 + 2.5S_2 - 2.5S_3 + \cdots + 99.5S_{99} - 99.5S_{100}]$$

$$\boldsymbol{e_0 = 0.5 + \frac{1}{S_0}[S_1 + S_2 + S_3 + \cdots\cdots + S_{99} + S_{100}]}$$

مثال:

$$e_5 = 0.5 + \frac{S_6 + S_7 + S_8 + \cdots\cdots + S_{99} + S_{100}}{S_5}$$

$$e_{45} = 0.5 + \frac{S_{46} + S_{47} + S_{48} + \cdots\cdots + S_{99} + S_{100}}{S_{45}}$$

توقع الحياة (e_0) لجدول وفيات مختصر:

0	1	2	3	4	5

$$\boldsymbol{e_0} = \frac{\sum_{x=0}^{\mathbf{n}} \text{الوفيات} \times \text{الفيئات العمرية عند الوفاة}}{\boldsymbol{S_0}}$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5d(0,1) + 3d(1,5) + 7.5d(5,10) + \cdots\cdots + 97.5d(95,100)]$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5(S_0 - S_1) + 3(S_1 - S_5) + 7.5(S_5 - S_{10}) + \cdots\cdots + 97.5(S_{95} - S_{100})]$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5S_0 - 0.5S_1 + 3S_1 - 3S_5 + 7.5S_7 - 7.5S_{10} + \cdots + 97.5S_{95} - 97.5S_{100}]$$

$$e_0 = \frac{1}{S_0}[0.5S_0 + 2.5S_1 + 4.5S_5 + 5(S_{10} + S_{15} + S_{20} + \cdots\cdots + S_{95} + S_{100})]$$

$$e_0 = \frac{0.5S_0}{S_0} + \frac{2.5S_1 + 4.5S_5 + 5(S_{10} + S_{15} + S_{20} + \cdots\cdots + S_{95} + S_{100})}{S_0}$$

$$\boldsymbol{e_0 = 0.5 + \frac{2.5S_1 + 4.5S_5 + 5(S_{10} + S_{15} + S_{20} + \cdots\cdots + S_{95} + S_{100})}{S_0}}$$

مثال:

لتكن لديك المعطيات التالية:

$S_0 = 10000$

$S_1 = 9600$

$e_1 = 69.08$

أحسب e_0

الحل:

$$e_0 = \frac{0.5d(0,1) + S_1 + (e_1 \times S_1)}{S_0}$$

$$e_0 = \frac{0.5(S_0 - S_1) + S_1 + (e_1 \times S_1)}{S_0}$$

$$e_0 = \frac{0.5(10000 - 9600) + 9600 + (69.08 \times 9600)}{10000}$$

$$e_0 = \frac{200 + 9600 + 663168}{10000} = 67.29\ ans$$

$0.5d(0,1)$: يمثل الوفيات من الولادة حتى سنة كاملة مرجح بواسطة متوسط الفئة العمرية.

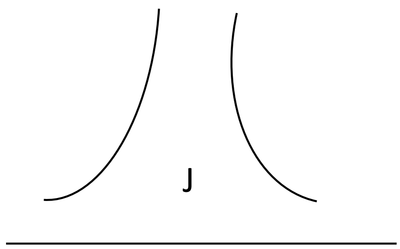
$(e_1 \times S_1)$: مجموع السنوات التي عاشها الجيل منذ السنة الأولى.

IV – طريقة المجتمع المعياري (الهيكل المعياري) والوفيات المعيارية:

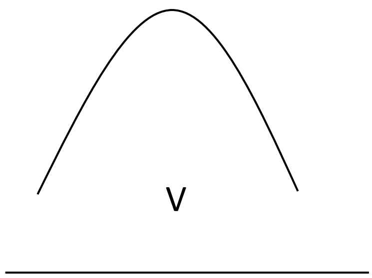
طريقة المجتمع المعياري تشترط معرفة المعدلات حسب أعمار مختلف السكان الذين نقوم بمقارنتهم.

الهيكل المعياري المختار هي المجتمعات التي يتم المقارنة بينها، ليس إجباريا معرفة المعدلات حسب الأعمار بالنسبة لهذه المجتمعات، ولكن يكون من الأفضل معرفته عند تطبيق طريقة الوفيات المعيارية على هذه المجتمعات المدروسة.

1− الهيكل المعياري:



الشباب:J



الشيوخ:V

المعدل الخام للوفيات: $\frac{\sum t_i p_i}{p_i}$

t_i: المعدل حسب العمر أو الفيئات العمرية.

p_i: العدد حسب المجموعات العمرية.

i: يمثل العمر.

لكن يمكن أن نكتب $tBM = \sum t_i p_i$، إذا كان $p_i = 1$ لأن مجموع النسب يساوي 1 $(\sum p_i = 1)$.

المعدل المقارن للوفيات لفئتين مختلفتين:

	الشباب	الشيوخ

المعدل المشاهد	$\sum t^j{}_i p^j{}_i$	$\sum t^v{}_i p^v{}_i$
المعدل المقارن	p_{ij} $\sum t^j{}_i p^j{}_i$	$\sum t^v{}_i p^j{}_i$
	p_{iv} $\sum t^j{}_i p^v{}_i$	$\sum t^v{}_i p^v{}_i$

2- الوفيات المعيارية:

لنفرض أننا نعرف معدلات الوفيات عند الشباب والشيوخ، لكن لا نعرف التوزيع حسب العمر، للمقارنة هنا نطبق الوفيات المشتركة في المعيارين ولتكن: $t^T{}_i$

	الشباب	الشيوخ
المعدل المشاهد	$\sum t^j{}_i p^j{}_i$	$\sum t^v{}_i p^v{}_i$
	$\sum t^T{}_i p^j{}_i$	$\sum t^T{}_i p^v{}_i$

المعدل المقارن:

من خلال هذه الطريقة نتحصل على معدلين:

$$t_1 = \sum t_x p_x \qquad et \qquad t_1' = \sum t'{}_x p'{}_x$$

هذين المعدلين يمكن تطبيقهما على هيكل المجتمع المدروس.

نعرف الوفيات المرجعية بهذه السلسلة $(t''{}_x)$.

$$t_2 = \sum p_x t''{}_x \qquad et \qquad t_2' = \sum p'{}_x t''{}_x$$

والمقارنة تتم باستخدام المؤشرات:

$$\frac{t_1}{t_2} \qquad et \qquad \frac{t_1'}{t_2'} =$$

وهذه المقارنة ليس لها معنى إلا إذا كانت خاصة بالوفيات المختارة.

كما يمكن أيضا في حالة معرفة الوفيات، اختيار كوفيات مرجعية إحدى المجتمعات التي نقوم بمقارنتهم.

إذا اخترنا السلسلة t'_x، فإن المعدل مرتبط بما يلي:

$$t = \sum p_x t_x \qquad\qquad t_2 = \sum p_x t'_x$$

$$t' = \sum p''_x t'_x \qquad\qquad t': \text{à lui} - \text{même}$$

المؤشر النسبي لـ p: $\frac{t}{t_2}$ ، $p = \frac{t'}{t'} = 1$

تمرين:

نريد مقارنة وفيات بلد A مع وفيات بلد B، حيث:

معدل وفيات البلد A هو: $A = T = 14.3$ ‰

الهيكل حسب الفئة العمرية هو: P_x بالنسبة للبلد A وP'_x بالنسبة للبلد B.

الوفيات حسب الفئة العمرية للبلد B هو: t'_x

الفئات العمرية	الهيكل حسب الفئة العمرية		معدل الوفيات حسب الفئة العمرية
	البلد A: P_x	البلد B: P'_x	البلد B: t'_x
0 – 19	440	260	5
20 – 59	480	440	10
60 فأكثر	80	300	40
المجموع	1000	1000	

1– أحسب معدل الوفيات للبلد B.

2– من أجل التخلص من تأثير هيكل الأعمار، قارن مستوى الوفيات في البلدين، وذلك باستعمال طريقة المجتمع المعياري.

الحل:

حساب معدل الوفيات للبلد B:

$$T' = \frac{\sum p'_x t'_x}{1000} = \frac{260 \times 5}{1000} + \frac{440 \times 10}{1000} + \frac{300 \times 40}{1000}$$

$$T' = 1.3 + 4.4 + 12$$

$$T' = 17.7 \text{ ‰}$$

$$A = 14.3\ ‰ = T$$

$$B = 17.7\ ‰ = T'$$

2- من أجل التخلص من تأثير هيكل الأعمار، نقارن مستوى الوفيات في البلدين، وذلك باستعمال طريقة المجتمع المعياري:

$$T_1{}' = \frac{\sum P_x t'_x}{1000} = \frac{450 \times 5}{1000} + \frac{480 \times 10}{1000} + \frac{80 \times 40}{1000}$$

$$T_1{}' = 2.2 + 4.8 + 3.2$$

$$T_1{}' = 10.2\ ‰$$

$$T' = 17.7\ ‰ \quad , \quad T = 14.3\ ‰ \quad , \quad T_1{}' = 10.2\ ‰$$

المعدل 10.2 ‰ يمثل كيف يكون المعدل الخام للوفيات للبلد B، إذا كان لهذا البلد نفس هيكل الأعمار مع البلد A.

بالتخلص من أثر هيكل الأعمار نتحصل على مقارنة أكثر جودة بين معدل الوفيات (الخالصة) بين المجتمعين.

يتبن إذن أن معدل الوفيات أقل حدة في البلد B مقارنة بالبلد A.