

Solution 1.6

a) Calcul du débit

De l'éq. de continuité :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow b y_1 V_1 = b y_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{y_1}{y_2} V_1 = \frac{2,5}{0,2} V_1$$

$$V_2 = 12,5 V_1$$

(1.6a)

Appliquons l'éq. de l'énergie entre les sections (1) et (2)

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

avec $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $\Delta H = 0$ (les frottements sont négligeables), $z_1 = z_2$ (écluse horizontale), donc

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = y_1 - y_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} (12,5^2 - 1) = y_1 - y_2$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2g(y_1 - y_2)}{12,5^2 - 1}} = \sqrt{\frac{2 \times 9,81(2,5 - 0,2)}{12,5^2 - 1}} = 0,539 \text{ m/s}$$

Le débit : $Q = V_1 b y_1 = 0,539 \times 2 \times 2,5$

$$Q = 2,696 \text{ m}^3/\text{s}.$$

b) Calcul de la force d'ancrage

Les sections (1) et (2) sont éloignées de l'effet d'écoulement au niveau de la vanne, donc la distribution de pression est hydrostatique au niveau de ces sections.

On suppose que $\beta_1 = \beta_2 = 1$ et appliquons le théorème de quantité de mouvement entre les sections (1) et (2) de la figure S1.6 :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

Les forces agissant sur un élément de volume sont :

- la force de gravité, notée $\vec{F}_g$ (dirigée vers le bas) ;
- les forces de pression, notées $\vec{F}_p$;
- la force de réaction des parois sur le fluide (d'ancrage), notée $\vec{F}_s$;
- la force de frottement, notée $\vec{F}_f = 0$ (les frottements sont négligeables).

$$\vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} + \vec{F}_s + \vec{F}_g + \vec{F}_f = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

La projection sur l'axe x :

$$-F_s + F_{p1} - F_{p2} = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow F_s = F_{p1} - F_{p2} - \rho Q (V_2 - V_1)$$

(1.6b)

$$F_{p1} = P_1 S_1 = \rho g y_{1G} b y_1, \text{ avec } y_{1G} = \frac{1}{2} y_1, \text{ donc}$$

$$F_{p1} = \rho g b \frac{y_1^2}{2} = 10^3 \times 9,81 \times 2 \times \frac{2,5^2}{2} = 61,31 \text{ kN}$$

$$F_{p2} = \rho g b \frac{y_2^2}{2} = 10^3 \times 9,81 \times 2 \times \frac{0,2^2}{2} = 0,39 \text{ kN}$$

$$(1.6a) \Rightarrow V_2 = 12,5 V_1 = 12,5 \times 0,539 = 6,74 \text{ m/s}$$

$$(1.6b) \Rightarrow F_s = 61,31 \times 10^3 - 0,39 \times 10^3 - 10^3 \times 2,545 (6,74 - 0,509)$$

$$F_s = 45,06 \text{ kN}.$$

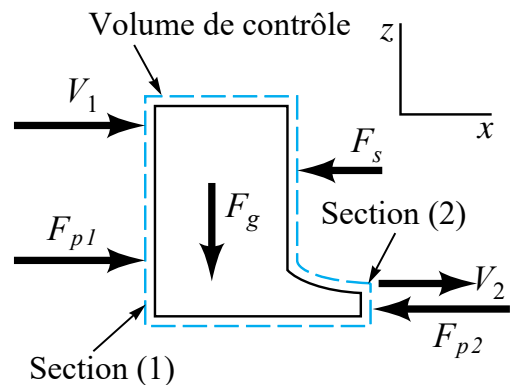


FIGURE S1.6