

Solution 2.1

a) Béton très lisse

$$R_h = \frac{by}{b+2y} = \frac{2 \times 0,5}{2+2 \times 0,5} = 0,333 \text{ m}$$

$$\tau_0 = \rho g \rho R_h S_0 = 10^3 \times 9,81 \times 0,333 \times 0,0004 = 1,308 \text{ N/m}^2$$

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{1,308}{10^3}} = 0,03617 \text{ m/s}$$

La température de l'eau est 20 °C, donc $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\frac{\varepsilon v_*}{\nu} = \frac{0,00025 \times 0,03617}{10^{-6}} = 9,04$$

Puisque : $4 < \frac{\varepsilon v_*}{\nu} < 60$, l'écoulement est turbulent de transition

a-1) Calcul du débit par l'éq. de Darcy-Weisbach

Du fait que l'écoulement est turbulent de transition on va utiliser l'approximation de Jain (eq. (2.13)) :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{4R_h} + \frac{21,25}{R_e^{0,9}} \right) = 1,14 - 2 \cdot \log_{10} \left(0,0002 + \frac{21,25}{R_e^{0,9}} \right) \quad (\text{S2.1a})$$

Puisque la valeur de R_e est inconnue nous allons utiliser une procédure itérative pour calculer V et ensuite Q . Cette procédure est montrée dans le tableau S2.1.

TABLEAU S2.1

Essais	R_e (proposé)	f eq. (S2.1a)	$\mathcal{C} = \sqrt{\frac{8g}{f}}$	$V = \mathcal{C} \sqrt{R_h S_0}$	$R'_e = \frac{4 \cdot R_h \cdot V}{\nu}$ (nouveau)	Remarque
1	9×10^6	0,01371	75,663	0,8732	$1,163 \times 10^6$	non ! $R_e \neq R'_e$
2	$1,163 \times 10^6$	0,01450	73,573	0,8481	$1,131 \times 10^6$	non ! $R_e \neq R'_e$
3	$1,131 \times 10^6$	0,01452	73,518	0,8485	$1,130 \times 10^6$	non ! $R_e \neq R'_e$
4	$1,130 \times 10^6$	0,01452	73,516	0,8485	$1,130 \times 10^6$	oui ! $R_e = R'_e$

Ⓡ $\frac{\varepsilon}{4R_h} = \frac{0,25 \times 10^{-3}}{4 \times 0,333} \approx 0,0002$

En suivant la courbe de cette valeur dans le diagramme de Moody (Fig. 2.2) jusqu'au limite de la zone de transition (trait gras pointillé) et ensuite en projetant verticalement, on obtient la valeur initiale de $R_e = 9 \times 10^6$.

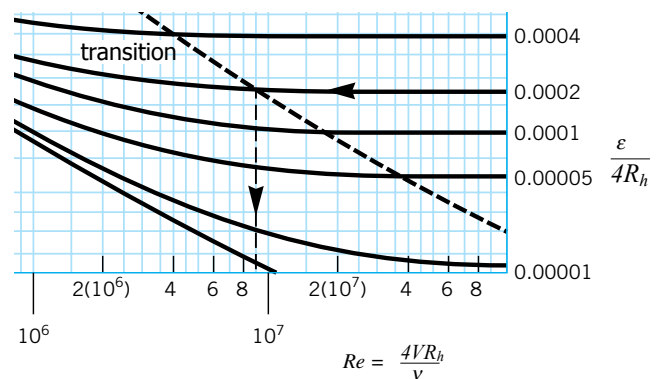


FIGURE S2.1

Le débit est donc, $Q = VA = 0,8485 \times 2 \times 0,5$

$$Q = 0,8485 \text{ m}^3/\text{s}.$$

a-2) Calcul du débit par l'éq. de Manning

En utilisant la formule de *Manning-Strickler* pour la vitesse (2.16) :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{0,012} 0,333^{2/3} \times \sqrt{0,0004} = 0,801 \text{ m/s}$$

Le débit est donc, $Q = VA = 0,801 \times 2 \times 0,5$

$$Q = 0,801 \text{ m}^3/\text{s}.$$

b) Béton brute

$$\frac{\varepsilon v_*}{\nu} = \frac{3,5 \times 10^{-3} \times 0,03617}{10^{-6}} = 126,6 > 60, \text{ l'écoulement est, donc, turbulent rugueux}$$

a-1) Calcul du débit par l'éq. de Darcy-Weisbach

Du fait que l'écoulement est turbulent rugueux on va utiliser l'éq. de *Nikuradse* (eq. (2.13)) :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{4R_h} \right) + 1,14 \Rightarrow f = \left[-2 \cdot \log_{10} \left(\frac{3,5 \times 10^{-3}}{4 \times 0,333} \right) + 1,14 \right]^{-2} = 0,0252$$

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} = \sqrt{\frac{8 \times 9,81}{0,0252}} = 55,83$$

$$V = C \sqrt{R_h S_0} = 55,83 \sqrt{0,333 \times 0,0004} = 0,645 \text{ m/s}$$

Le débit est donc, $Q = VA = 0,645 \times 2 \times 0,5$

$$Q = 0,645 \text{ m}^3/\text{s}.$$

a-2) Calcul du débit par l'éq. de Manning

En utilisant la formule de *Manning-Strickler* pour la vitesse (2.16) :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{0,015} 0,333^{2/3} \times \sqrt{0,0004} = 0,641 \text{ m/s}$$

Le débit est donc, $Q = VA = 0,641 \times 2 \times 0,5$

$$Q = 0,641 \text{ m}^3/\text{s}.$$



1. Il est important de sélectionner les valeurs appropriées de ε et n ,
2. Le calcul est plus facile en utilisant l'éq. de *Manning*,
3. La formule de Manning permet d'obtenir des résultats précis pour un écoulement turbulent.