

Solution 3.5

1) Canal rectangulaire

De l'éq. (3.10) du tableau 3.1

$$y_c = \left(\alpha \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} = \left(1 \frac{7,207^2}{2^2 \times 9,81} \right)^{1/3}$$

$$y_c = 1,089 \text{ m}.$$

$$\text{De l'éq. (3.6) : } E_{sc} = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} 1,089$$

$$E_{sc} = 1,647 \text{ m}.$$

2) Canal triangulaire

De l'éq. (3.11) du tableau 3.1

$$y_c = \left(\frac{2\alpha Q^2}{gm^2} \right)^{1/5} = \left(\frac{2 \times 1 \times 7,207^2}{9,81 \times 0,5^2} \right)^{1/5}$$

$$y_c = 2,115 \text{ m}.$$

$$\text{Du l'éq. (3.7) : } E_{sc} = \frac{5}{4} y_c = \frac{5}{4} 2,115$$

$$E_{sc} = 2,644 \text{ m}.$$

3) Canal trapézoïdal

3.a) Calcul de la profondeur critique graphiquement

$$\text{Nous avons : } \frac{Qm^{1,5}}{g^{0,5}b^{2,5}} = \frac{7,207 \times 1^{1,5}}{9,81^{0,5} 3,54^{2,5}} \approx 0,1$$

À partir de la courbe de la figure 3.4, la valeur de $\frac{my_c}{b} = 0,2$

$$\text{donc, } y_c = \frac{0,2 \times 3,54}{1},$$

$$y_c = 0,7 \text{ m}.$$

3.b) Calcul de la profondeur critique à partir des relations empiriques

À partir des relations (3.13) du tableau 3.1 :

$$\varepsilon_c = 4 \left(\frac{\alpha m^3 Q^2}{gb^5} \right)^{1/3} = 4 \left(\frac{1 \times 1^3 \times 7,207^2}{9,81 \times 3,54^5} \right)^{1/3} = 0,8479$$

$$t_{c0} = 1 + 1,161 \varepsilon_c (1 + 0,666 \varepsilon_c^{1,041})^{0,374} = 1 + 1,161 \times 0,8479 (1 + 0,666 \times 0,8479^{1,041})^{0,374} = 2,163$$

$$\eta_c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{5t_{c0}^{0,864} + 1}{6t_{c0}^{0,720} - \varepsilon_c} \right)^3 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{5 \times 2,163^{0,864} + 1}{6 \times 2,163^{0,720} - 0,8479} \right)^3 = 0,1978$$

$$y_c \approx \eta_c \frac{b}{m} = 0,1978 \frac{3,54}{1}$$

$$y_c \approx 0,7 \text{ m}.$$

3.c) Calcul de la profondeur critique numériquement

À partir des relations (3.12) du tableau 3.1 :

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{y_c^3(b + my_c)^3}{(b + 2my_c)} \quad (3.12)$$

Pour trouver y_c , nous allons adopter la démarche par essais et erreurs comme le montre le tableau S3.5.1 avec :

$$M_1 = \frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{1 \times 7,207^2}{9,81} = 5,295$$

$$M_2 = \frac{y_c^3(b + my_c)^3}{(b + 2my_c)} = \frac{y_c^3(3,54 + y_c)^3}{(3,54 + 2y_c)}$$

TABLEAU S3.5.1

Essais	y_n (m)	M_1	M_2	Remarque
1	1,0	5,295	16,891	non ! $M_1 < M_2$, essayer $y_c < 1,0$ m
2	0,5	5,295	1,816	non ! $M_1 > M_2$, essayer $0,5 < y_c < 1,0$ m
3	0,6	5,295	3,234	non ! $M_1 > M_2$, essayer $0,6 < y_c < 1,0$ m
4	0,7	5,295	5,293	oui ! $M_1 \approx M_2$, donc $y_c = 0,7$ m

La profondeur critique est donc : $y_c = 0,7$ m.

Pour le calcul de E_{sc} nous allons utiliser l'éq. (3.4), avec pour un canal trapézoïdal :

$$A_c = (b + my_c)y_c = (3,54 + 1 \times 0,7)0,7 = 2,968 \text{ m}^2$$

$$E_{sc} = \alpha \frac{Q^2/A_c^2}{2g} + y_c = 1 \frac{7,207^2/2,968^2}{2 \times 9,81} + 0,7$$

$$E_{sc} \approx 1 \text{ m}.$$

4) Canal circulaire

4.a) Calcul de la critique graphiquement

$$\text{Nous avons : } \frac{Q}{g^{0,5}d_0^{2,5}} = \frac{7,207}{9,81^{0,5} \times 2^{2,5}} \approx 0,41$$

À partir de la courbe de la figure 3.5, la valeur de $\frac{y_c}{d_0} = 0,65$

$$\text{donc, } y_c = 0,65 \times 2, \quad y_c = 1,3 \text{ m}.$$

4.b) Calcul de la profondeur critique à partir des relations empiriques

À partir de la relation de *Straub* (1978), éq. (3.15) du tableau 3.1 :

$$y_c = \frac{1,01}{d_0^{0,265}} \left(\alpha \frac{Q^2}{g} \right)^{0,253} = \frac{1,01}{2^{0,265}} \left(1 \frac{7,207^2}{9,81} \right)^{0,253}$$

$$y_n = 1,28 \text{ m}.$$

4.c) Calcul de la profondeur critique numériquement

À partir des relations (3.14) du tableau 3.1 :

$$\frac{512\alpha Q^2}{gd_0^5} = \frac{(\pi\theta_c/90 - \sin 2\theta_c)^3}{\sin \theta_c} \quad (3.14a)$$

Pour trouver y_c , nous allons adopter la démarche par essais et erreurs comme le montre le tableau S3.5, avec :

$$M_1 = \frac{512\alpha Q^2}{gd_0^5} = \frac{512 \times 1 \times 7,207^2}{9,81 \times 2^5} = 84,715$$

$$M_2 = \frac{(\pi\theta_c/90 - \sin 2\theta_c)^3}{\sin \theta_c} \text{ et}$$

$$\theta = 180 - \arccos(y_c - 1)$$

TABLEAU S3.5

Essais	y_c (m)	M_1	θ_c (°)	M_2	Remarque
1	1,0	84,715	90,0	31,006	non ! $M_1 > M_2$, essayer $y_c > 1,0$ m
2	1,8	84,715	143,1	352,170	non ! $M_1 < M_2$, essayer $1,0 < y_c < 1,8$ m
3	1,5	84,715	120,0	149,139	non ! $M_1 < M_2$, essayer $1,0 < y_c < 1,5$ m
4	1,3	84,715	107,5	84,711	oui ! $M_1 \approx M_2$, donc $y_c = 1,3$ m

La profondeur critique est donc : $y_c = 1,3$ m.

Pour le calcul de E_{sc} nous allons utiliser l'éq. (3.4), avec pour un canal circulaire :

$$A_c = \frac{1}{8} \left(\frac{\pi\theta_c}{90} - \sin 2\theta \right) d_0^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{\pi 107,5}{90} - \sin(2 \times 107,5) \right) 2^2 = 2,162 \text{ m}^2$$

$$E_{sc} = \alpha \frac{Q^2/A_c^2}{2g} + y_c = 1 \frac{7,207^2/2,162^2}{2 \times 9,81} + 1,3$$

$$E_{sc} = 1,867 \text{ m}.$$