

Solution 5.4

1) Calcul de y_B

La vanne applique une force, R , à l'écoulement dans le sens opposé de celui-ci. Cette force est inconnue. Par conséquent, nous ne pouvons pas utiliser l'équation de quantité de mouvement pour calculer y_B du fait que cette équation possède deux inconnues y_B et R . D'autre part, nous pouvons négliger les pertes de charge dues à la vanne et écrire l'équation de l'énergie entre A et B.

$$z_A + y_A + \alpha_A \frac{V_A^2}{2g} = z_B + y_B + \alpha_B \frac{V_B^2}{2g}$$

sachant que $\alpha_A = \alpha_B = 1$, $V_A = q/y_A$, $V_B = q/y_B$ et $z_A = z_B$ (canal horizontal) nous obtenons

$$y_A + \frac{q^2}{2gy_A^2} = y_B + \frac{q^2}{2gy_B^2} \Rightarrow 2 + \frac{1,753^2}{2 \times 9,81 \times 2^2} = y_B + \frac{1,753^2}{2 \times 9,81 y_B^2}$$

$$\Rightarrow 2,039 = y_B + \frac{0,1566}{y_B^2} \quad (\text{S5.4a})$$

Notons que l'équation S5.4a est une équation de 3^e degré qui possède trois racines. La solution y_B de cette équation correspond au régime torrentiel. Pour avoir un écoulement torrentiel en aval de la vanne, il faut que $y_B < y_c$, sinon le ressaut hydraulique ne se produira pas. l'équation S5.4a peut être résolue analytiquement ou par une procédure par essais et erreurs.

1.a) Calcul de y_B par une procédure par essais et erreurs

Les valeurs de y_B utilisées dans cette procédure par essais et erreurs doivent être inférieures à y_c . Calculons cette valeur de y_c .

$$y_c = \left(\frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{1,753^2}{9,81} \right)^{1/3} = 0,68 \text{ m}$$

TABLEAU S5.4.1

Essais	y_B (m)	$y_B + \frac{0,1566}{y_B}$	Remarque
1	0,5	1,126	non ! $1,126 < 2,039$, essayer $y_B < 0,5$ m
2	0,4	1,379	non ! $1,379 < 2,039$, essayer $y_B < 0,4$ m
3	0,3	2,040	oui !, donc $y_B = 0,3$ m

Donc $y_B = 0,3 \text{ m}$.

1.b) Calcul de y_B analytiquement

L'éq. (S5.4a) peut être aussi écrite sous la forme :

$$y_B^3 - 2,039 y_B^2 + 0,1566 = 0 \quad (\text{S5.4b})$$

Suivant la méthodologie décrite dans l'annexe Annexe A et en posant $a = 1$, $b = -2,0395$, $c = 0$ et $d = 0,1566$ nous obtenons :

TABLEAU S5.4.2

η	ξ	λ	ψ	σ	y_B
-1.386	-0.4713	1.359	41.36	0.6797	2 0.3001 -0.2609

La valeur $y_B = 2 \text{ m}$ correspond au régime fluvial, elle ne sera pas retenue. La valeur $y_B = -0,2609 \text{ m}$ est négative, elle ne sera pas retenue. La valeur retenue est $y_B = 0,3001 \text{ m}$.

2) Calcul de y_D

y_D est la profondeur conjuguée du ressaut hydraulique. Pour un canal rectangulaire, elle se calcul par l'éq. (5.2a) :

La vitesse moyenne à la section B : $V_B = \frac{q}{y_B} = \frac{1,753}{0,3} = 5,841 \text{ m/s}$

Le nombre de *Froude* à la section B : $F_{rB} = \frac{V_B}{\sqrt{gy_B}} = \frac{5,841}{9,81 \times 0,3} = 3,404$

$$\frac{y_D}{y_B} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{rB}^2} - 1 \right] \Rightarrow y_D = \frac{y_B}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{rB}^2} - 1 \right] = \frac{0,3}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \times 3,404^2} - 1 \right]$$

$$y_D = 1,303 \text{ m}.$$

3) Calcul de la perte de charge

La perte de charge due au ressaut dans un canal rectangulaire se calcul par l'éq. (5.4)

$$\Delta H_s = \frac{(y_D - y_B)^3}{4y_D y_B} = \frac{(1,303 - 0,3)^3}{4 \times 1,303 \times 0,3}$$

$$\Delta H_s = 0,64 \text{ m}.$$