

Solution 5.5

1) Longueur du tablier

La longueur du tablier : $L_t = AB + BC$

AB = Longueur d'un tronçon d'écoulement graduellement varié

BC = Longueur du ressaut = L_r

Calculons d'abord la profondeur y_2

De l'éq. (5.2c)

$$\frac{Q^2}{gb^2} = \frac{1}{2}y_3y_2(y_3 + y_2) \Rightarrow \frac{200^2}{9,81 \times 40^2} = \frac{1}{2}3y_2(3 + y_2)$$

$$\Rightarrow y_2^2 + 3y_2 - 1,699 = 0$$

C'est une équation de deuxième degré. Les racines de cette équation sont :

$$y_2 = \frac{-3 - \sqrt{3^2 + 4 \times 1,699}}{2} = -3,487 \text{ (impossible d'avoir une profondeur négative)}$$

$$\text{et } y_2 = \frac{-3 + \sqrt{3^2 + 4 \times 1,699}}{2} = 0,487 \text{ m (profondeur retenue)}$$

La profondeur conjuguée, y_2 peut être aussi calculée par l'éq. (5.2b) :

$$\frac{y_2}{y_3} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_3^2} - 1 \right] \Rightarrow y_2 = \frac{y_3}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{Q}{by_3 \sqrt{gy_3}} \right)^2} - 1 \right]$$

$$y_2 = \frac{3}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{200}{40 \times 3 \sqrt{9,81 \times 3}} \right)^2} - 1 \right] = 0,487 \text{ m}$$

De l'équation de continuité nous avons :

$$Q = V_1 A_1 = V_1 y_1 b \Rightarrow y_1 = \frac{Q}{V_1 b} = \frac{200}{12 \times 40} = 0,417 \text{ m}$$

L'écoulement est graduellement varié entre y_1 et y_2 de telle sorte que nous pouvons appliquer les équations (4.5), (4.6), (4.7) et (4.8)

$$\Delta x = s \frac{\Delta E_s}{\bar{S}_f - S_0} \quad (4.5)$$

$$\text{avec } \Delta E_s = E_{s2} - E_{s1}, \bar{S}_f = \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2}) \text{ et } S_f = \frac{n^2 V^2}{R_h^{4/3}}$$

$$\text{Nous avons } V_1 = 12 \text{ m/s et } R_{h1} = \frac{by_1}{b + 2y_1} = \frac{40 \times 0,417}{40 + 2 \times 0,417} = 0,408 \text{ m}$$

$$V_2 = \frac{Q}{y_2 b} = \frac{200}{0,487 \times 40} = 10,26 \text{ m/s}$$

$$R_{h2} = \frac{by_2}{b + 2y_2} = \frac{40 \times 0,487}{40 + 2 \times 0,487} = 0,476 \text{ m}$$

$$S_{f1} = \frac{n^2 V_1^2}{R_{h1}^{4/3}} = \frac{0,012^2 \times 12^2}{0,408^{4/3}} = 0,06849 \text{ m/m}$$

$$S_{f2} = \frac{n^2 V_2^2}{R_{h2}^{4/3}} = \frac{0,012^2 \times 10,26^2}{0,476^{4/3}} = 0,04085 \text{ m/m}$$

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2}) = \frac{1}{2}(0,06849 + 0,04085) = 0,05467 \text{ m/m}$$

$$\Delta E_s = E_{s2} - E_{s1} = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right) - \left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) = \left(\frac{10,26^2}{2 \times 9,81} + 0,487 \right) - \left(\frac{12^2}{2 \times 9,81} + 0,417 \right)$$

$$\Delta E_s = -1,901 \text{ m}$$

Pour que le ressaut s'effectue sur le tablier, il faut que le régime d'écoulement entre y_1 et y_2 soit torrentiel, c'est-à-dire que le signe $s = -1$. donc

$$AB = \Delta x = s \frac{\Delta E_s}{\bar{S}_f - S_0} = -1 \frac{-1,901}{0,05467 - 0} = 34,77 \text{ m}$$

De l'éq. (5.7) : $BC = L_r \approx 6(y_3 - y_2) = 6(3 - 0,487) = 15,08 \text{ m}$

Donc la longueur de tablier $L_t = 34,77 + 15,08 = 49,85 \text{ m}$,

$$L_t = 50 \text{ m}.$$

2) Calcul de l'énergie perdue du pied du déversoir au côté aval du ressaut

Appliquons l'équation de l'énergie entre le pied du réservoir (section 1) et le coté aval du ressaut (section 3)

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + y_3 + \alpha_3 \frac{V_3^2}{2g} + \Delta H_s \Rightarrow \Delta H_s = \left(z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left(z_3 + y_3 + \alpha_3 \frac{V_3^2}{2g} \right)$$

avec $z_1 = z_2$ (tablier horizontal), $\alpha_1 = \alpha_3 = 1$ et $V_3 = \frac{Q}{by_3} = \frac{200}{40 \times 3} = 1,67 \text{ m/s}$

$$\text{donc } \Delta H_s = \left(0,417 + \frac{12^2}{2 \times 9,81} \right) - \left(3 + \frac{1,67^2}{2 \times 9,81} \right) = 4,615$$

L'énergie perdue est $\mathcal{P} = \rho g Q \Delta H_s = 10^3 \times 9,81 \times 200 \times 4,615$

$$\mathcal{P} = 9,054 \times 10^6 \text{ W}.$$