

– Correction de l'examen final –

Spécialité : Ressources hydraulique, M1 - S1

Module : Les écoulements à surface libre

Solution de l'exercice 1

Données : $b = 8$ m, $Q = 24,24$ m³/s, $y = 0,6$ m, $\nu = 10^{-6}$ m²/s.

$$m = \cot 45^\circ = 1$$

Pour un canal trapézoïdal : $A = (b + my)y = (8 + 1 \times 0,6)0,6 = 5,16$ m² [0,5 Pts]

$$P_w = b + 2y\sqrt{1 + m^2} = 8 + 2 \times 0,6\sqrt{1 + 1^2} = 9,697$$
 m [0,5 Pts]

$$R_h = \frac{A}{P_w} = \frac{5,16}{9,697} = 0,532$$
 m [0,5 Pts]

$$T = b + 2my = 8 + 2 \times 1 \times 0,6 = 9,2$$
 m [0,5 Pts]

$$D = \frac{A}{T} = \frac{5,16}{9,2} = 0,56$$
 [0,5 Pts]

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{24,24}{5,16} = 4,70$$
 m/s [0,5 Pts]

$$R_e = \frac{4R_h V}{\nu} = \frac{4 \times 0,532 \times 4,70}{10^{-6}}$$

$R_e = 10^7 > 8000$, l'écoulement est donc turbulent [0,5 Pts]

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{1}{\alpha} g \cdot D \cos \phi}} = \frac{4,70}{\sqrt{\frac{1}{1} 9,81 \times 0,56 \times 1}}$$

$F_r = 2 > 1$, l'écoulement est donc torrentiel. [0,5 Pts]

Solution de l'exercice 2

Données : $b = 5$ m, $y = 0,75$ m, $m = 2$, $\varepsilon = 2$ mm, $S_0 = 0,0005$ m/m, $\nu = 10^{-6}$ m²/s.

Pour un canal trapézoïdal : $A = (b + my)y = (5 + 2 \times 0,75)0,75 = 4,875$ m² [0,5 Pts]

$$P_w = b + 2y\sqrt{1 + m^2} = 5 + 2 \times 0,75\sqrt{1 + 2^2} = 8,354$$
 m [0,5 Pts]

$$R_h = \frac{A}{P_w} = \frac{4,875}{8,354} = 0,583$$
 m [0,5 Pts]

$$\tau_0 = \rho g R_h S_0 = 10^3 \times 9,81 \times 0,583 \times 0,0005 = 2,862$$
 N/m² [0,5 Pts]

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,862}{10^3}} = 0,0535$$
 m/s [0,5 Pts]

$$\frac{\varepsilon v_*}{\nu} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 0,0535}{10^{-6}} = 107$$
 [0,5 Pts]

Puisque : $\frac{\varepsilon v_*}{\nu} > 60$, l'écoulement est turbulent rugueux. [0,5 Pts]

Solution de l'exercice 3

Données : $y = 1,15$ m, $m = 2$, $S_0 = 0,004$ m/m, $\mathcal{C} = 90$.

Le rayon hydraulique pour un canal triangulaire $R_h = \frac{my}{2\sqrt{1+m^2}} = \frac{2 \times 1,15}{2\sqrt{1+2^2}} = 0,515$ m [1 Pts]

La vitesse d'écoulement donnée par l'équation de Chézy :

$$V = \mathcal{C}\sqrt{R_h S_0} = 90\sqrt{0,515} = 4,083 \text{ m/s} \quad [1 \text{ Pts}]$$

l'énergie spécifique : $E_s = \alpha \frac{V^2}{2g} + y = 1 \frac{4,083^2}{2 \times 9,81}$; $E_s = 2$ m [1 Pts]

Solution de l'exercice 4

Données : $d_0 = 2$ m, $S_0 = 0,005$, $n = 0,015$, $Q = 6,201$ m³/s.

1) Détermination du type de courbe de la ligne d'eau

Pour déterminer le type de courbe de la ligne d'eau, il faut calculer y_n et y_c . Ces deux profondeurs seront déterminées graphiquement

Pour y_n , nous avons : $\frac{nQ}{\sqrt{S_0}d_0^{8/3}} = \frac{0,015 \times 6,201}{\sqrt{0,005} \times 2^{8/3}} = 0,21$ [0,5 Pts]

À partir de la courbe de la figure "Détermination de la profondeur normale des canaux de section circulaire", la valeur de $\frac{y_n}{d_0} = 0,6$ [0,5 Pts]

donc, $y_n = 0,6 \times 2$, $y_n = 1,2$ m. [0,5 Pts]

Pour y_c , nous avons : $\frac{Q}{g^{0,5}d_0^{2,5}} = \frac{6,201}{9,81^{0,5} \times 2^{2,5}} \approx 0,35$ [0,5 Pts]

À partir de la courbe de la figure "Détermination de la profondeur critique des canaux de section circulaire", la valeur de $\frac{y_c}{d_0} = 0,6$ [0,5 Pts]

donc, $y_c = 0,6 \times 2$, $y_c = 1,2$ m. [0,5 Pts]

D'après le tableau "Classification de la ligne d'eau (courbes de remous)" et comme $y_c = y_n$, l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type **C**. [0,5 Pts]

2) Intervalle de profondeurs l'écoulement

De la figure "Surfaces d'eau de l'EGV dans un canal à pente",

1. pour $y > 1,2$, la forme de la surface d'eau est de type de branche **C1**. [0,5 Pts]

2. pour $y < 1,2$, la forme de la surface d'eau est de type de branche **C3**. [0,5 Pts]

3. La courbe de type **C2** n'existe pas [0,5 Pts]

Solution de l'exercice 5

Données : $y_1 = 0,6$ m et $y_2 =$ m

Nous avons :

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1 \right] \Rightarrow F_{r1} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2y_2}{y_1} + 1\right)^2 - 1}{8}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2 \times 3}{0,6} + 1\right)^2 - 1}{8}}$$

$$F_{r1} = 3,873 \text{ m}. \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{r2}^2} - 1 \right] \Rightarrow F_{r2} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2y_1}{y_2} + 1\right)^2 - 1}{8}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2 \times 0,6}{3} + 1\right)^2 - 1}{8}}$$

$$F_{r2} = 0,346 \text{ m}. \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

$$F_{r1} = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} \Rightarrow V_1 = F_{r1} \sqrt{gy_1} = 3,873 \times \sqrt{9,81 \times 0,6}; \quad V_1 = 9,40 \text{ m/s}. \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

$$F_{r2} = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}} \Rightarrow V_2 = F_{r2} \sqrt{gy_2} = 0,346 \times \sqrt{9,81 \times 3}; \quad V_2 = 1,88 \text{ m/s}. \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

La perte de charge due au ressaut dans un canal rectangulaire : $\Delta H_s = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} = \frac{(3 - 0,6)^3}{4 \times 3 \times 0,6};$

$$\Delta H_s = 1,92 \text{ m} \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

L'énergie initiale : $E_1 = \left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) = \left(\frac{9,4^2}{2 \times 9,81} + 0,6 \right); \quad E_1 = 5,1 \text{ m} \quad [0,5 \text{ Pts}]$

$$\frac{\Delta H_s}{E_1} = \frac{1,92}{5,1}; \quad \frac{\Delta H_s}{E_1} = 0,376. \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

Remarque : 1 point est réservé à l'organisation des réponses