

3. ECOULEMENT UNIFORME

Dans un canal, l'écoulement est considéré comme uniforme et permanent lorsque la profondeur d'eau reste invariable le long de l'écoulement ainsi que dans le temps. En hydraulique fluviale, on prend l'écoulement uniforme comme base de toute considération bien qu'en réalité un écoulement véritablement uniforme soit rare.

Dans ce chapitre, on développe les équations de continuité et de mouvement. On présente ensuite les différentes relations pour le coefficient de frottement, dont la connaissance est nécessaire pour résoudre tous problèmes en hydraulique fluviale. On donne les calculs de débit en fond fixe et en fond mobile. Les écoulements dans une courbe, ainsi que l'instabilité à la surface libre due à une forte pente sont également abordés.

TABLE DES MATIERES

3.1	EQUATIONS HYDRODYNAMIQUES
3.1.1	Notion de l'uniformité
3.1.2	Equation de continuité
3.1.3	Equation de mouvement
3.2	COEFFICIENT DE FROTTEMENT
3.2.1	Coefficient de Weisbach-Darcy
3.2.2	Coefficient de Chézy
3.2.3	Coefficient de Manning
3.2.4	Rugosité composée
3.2.5	Ondulations du fond mobile
3.2.6	Coefficient de frottement, fond mobile

3.3	CALCUL DE DEBIT, FOND FIXE
3.3.1	Débitance
3.3.2	Profondeur normale
3.3.3	Section composée
3.3.4	Section de débit maximal
3.4	CALCUL DE DEBIT, FOND MOBILE
3.4.1	Vitesse de sédimentation
3.4.2	Vitesse critique
3.4.3	Répartition de tension
3.4.4	Section stable
3.5	ECOULEMENT DANS UNE COURBE
3.5.1	Surélévation
3.5.2	Ecoulement supercritique
3.5.3	Perte de charge
3.6	INSTABILITE A LA SURFACE
3.6.1	Ondes en cascade
3.6.2	Entraînement d'air
3.7	EXERCICES
3.7.1	Problèmes résolus
3.7.2	Problèmes non résolus

3.1 EQUATIONS HYDRODYNAMIQUES

3.1.1 Notion de l'uniformité

- 1° L'écoulement est uniforme permanent (voir sect. 1.2.1) si la profondeur d'eau, h ou D_h , ainsi que les autres paramètres, tels que la vitesse moyenne, le débit, la rugosité et la pente de fond, restent invariables dans les différentes sections du canal le long de l'écoulement. Les lignes de courant sont rectilignes et parallèles et la pression verticale reste hydrostatique. La pente de fond, J_f , la pente de la surface libre, J_w , et la pente énergétique, J_e , sont identiques.
- 2° L'écoulement véritablement uniforme est très rare dans les canaux naturels et assez rare dans les canaux artificiels. L'écoulement uniforme ne s'observe que dans des canaux prismatiques très longs et loin des extrémités (voir Fig. 3.1) amont et aval.

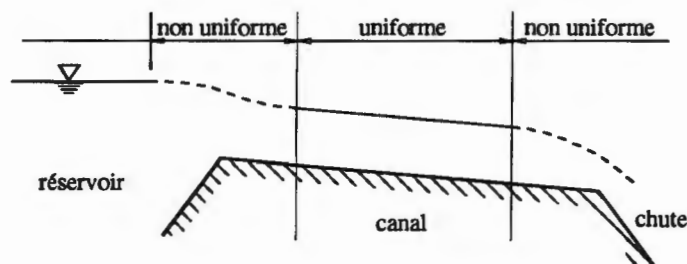


Fig. 3.1 Ecoulement uniforme entre des extrémités.

- 3° Bien que l'écoulement uniforme soit rare, on l'utilise souvent comme écoulement standard pour l'étude (théorique et expérimentale) de base pour tous les autres types d'écoulement, notamment pour la compréhension de la résistance à l'écoulement.

3.1.2 Equation de continuité

- 1° Lorsque l'écoulement est uniforme et permanent, la section ou surface mouillée, S , reste la même selon x et selon t . L'équation de continuité écrite ainsi :

$$\frac{\partial(US)}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

devient :

$$\frac{d(US)}{dx} = 0 \quad (3.1)$$

où $Q = US$ est le débit et U la vitesse moyenne.

2° Le débit reste donc constant :

$$Q = \text{Cte} \quad (3.2)$$

Entre deux sections (voir Fig. 3.2), on a :

$$S_1 U_1 = Q = S_2 U_2 \quad (3.2a)$$

puis, avec $U_1 = U_2$ et $S_1 = S_2$, on écrit: $Q = US$.

3.1.3 Equation de mouvement

1° Soit un canal prismatique (voir Fig. 3.2). Le liquide en mouvement exerce une force de frottement sur les parois :

$$F_F = \tau_o P dx$$

sous l'action de composantes longitudinales de la force de gravité :

$$F_G = \gamma S dx \sin \alpha = W \sin \alpha$$

En écoulement uniforme, il y a équilibre entre ces forces :

$$\tau_o P dx = \gamma S dx \sin \alpha \quad (3.3)$$

On obtient par conséquent une expression pour :

$$\tau_o = \gamma \frac{S}{P} \sin \alpha \quad (3.4)$$

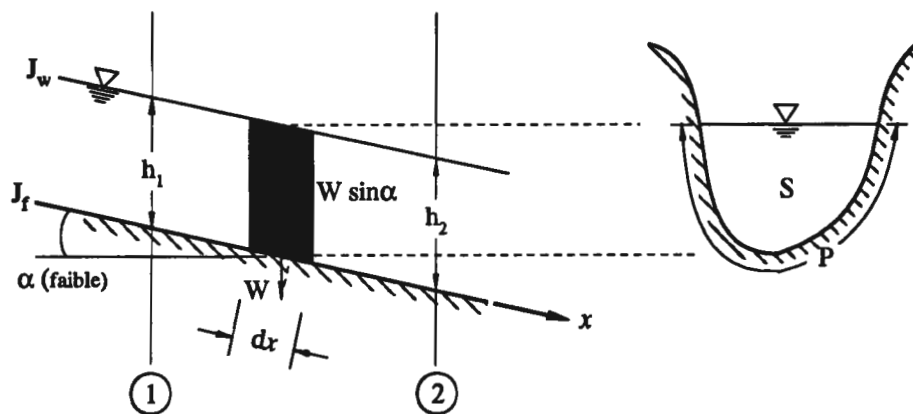


Fig. 3.2 Schéma pour l'écoulement uniforme.

Le quotient de la section mouillée, S , et du périmètre mouillé, P , est le rayon hydraulique, R_h . L'angle, α , est généralement petit; on peut donc écrire: $\sin \alpha \equiv \tan \alpha = J_f$. L'éq. 3.4 devient alors :

$$\tau_o = \gamma R_h J_f \quad (3.5)$$

τ_o étant la tension due aux forces de frottement qui agissent sur la surface (parois). Il faut rappeler que l'éq. 3.5 peut être directement obtenue par les éqs. 2.10 ou 2.12 en considérant l'uniformité de l'écoulement.

2° En hydrodynamique, on définit :

$$\frac{\tau_o}{\rho} = u_*^2 \quad (3.6)$$

où u_* est la vitesse de frottement. On peut alors écrire :

$$u_* = \sqrt{g R_h J_f} \quad (3.7)$$

Au lieu de $\tau_o = \rho u_*^2$, on peut aussi utiliser une définition du *coefficient de frottement* (voir *Graf & Altinakar*, 1991, p. 433) qui donne :

$$f = \frac{\tau_o}{\rho U^2 / 8} = 8 \left(\frac{u_*}{U} \right)^2 \quad (3.8)$$

3° Par substitution de l'éq. 3.8 dans l'éq. 3.5, on obtient :

$$(f/8) \rho U^2 = \tau_o = \rho g R_h J_f$$

ou, écrit différemment :

$$J_f = f \frac{1}{4R_h} \frac{U^2}{2g} \quad (3.9)$$

Cette relation est appelée équation de *Weisbach-Darcy* (voir *Graf & Altinakar*, 1991, sect. FR. 2.1 et sect. PP. 2); elle est très utilisée pour les écoulements dans les conduites. Le coefficient, f , de frottement (ou de perte de charge) dépend du nombre de Reynolds et de la rugosité relative, mais aussi de la forme de la section.

L'équation de Weisbach-Darcy s'écrit également ainsi :

$$U = \sqrt{8g/f} \sqrt{R_h J_f} \quad (3.10)$$

expression qu'on écrit fréquemment sous la forme :

$$U = C \sqrt{R_h J_f} \quad (3.11)$$

On l'appelle relation de *Chézy*, C étant le coefficient de résistance selon Chézy.

- 4° En régime uniforme (voir éq. 3.10 et éq.3.11); la profondeur d'eau, h , qui correspond au rayon hydraulique, R_h , est définie comme étant la *profondeur normale*, $h \equiv h_n$.
- 5° Différentes formules ont été avancées pour exprimer le coefficient de frottement. On citera les formules usuelles :
 - i) coefficient de Weisbach-Darcy (voir sect. 3.2.1),
 - ii) coefficient de Chézy (voir sect. 3.2.2),
 - iii) coefficient de Manning-Strickler (voir sect. 3.2.3),
 - iv) coefficient de frottement, fond mobile (voir sect. 3.2.6).

3.2 COEFFICIENT DE FROTTEMENT

- 1° Il est d'un grand intérêt d'exprimer le coefficient de frottement, f , pour les écoulements laminaire et turbulent par l'équation de Weisbach-Darcy, éq. 3.10. Toutefois, les données qu'on utilise actuellement comportent des limitations majeures car la section du canal doit être approximativement circulaire et la rugosité est celle d'une rugosité équivalente.
- 2° La relation de Chézy, éq. 3.11, est également très utile si l'écoulement dans le canal est vraiment turbulent rugueux; ce qui est souvent le cas.
- 3° Ces deux approches donneront des résultats satisfaisants, surtout pour les problèmes pratiques, si elles sont appliquées judicieusement en respectant leurs limitations. L'ASCE (voir *Silberman et al.*, 1963) a toutefois recommandé l'utilisation de l'équation de Weisbach-Darcy.

La précision des résultats obtenus avec les formules, éq. 3.9 à éq. 3.11, est étroitement liée au choix du coefficient de frottement, f ou C .

- 4° Les canaux artificiels et surtout les cours d'eau naturels ont des formes de section et des rugosités les plus diverses. Aucun paramètre ne définit bien la forme de la section; le rayon hydraulique n'est pas suffisamment caractéristique.
- 5° L'estimation du coefficient de frottement pour les canaux à fond immobile est déjà difficile; cette difficulté est accrue pour les canaux à fond mobile.

3.2.1 Coefficient de Weisbach-Darcy

1° Dans les éqs. 3.9 et 3.10, la définition du coefficient de frottement, f , est analogue à celle donnée pour les conduites circulaires en charge. Pour les conduites industrielles, une formulation universelle est donnée (voir *Graf & Altinakar*, 1991, sect. PP. 2) par :

- i) le diagramme de Moody-Stanton ou
- ii) la relation de Colebrook-White, pour les écoulements turbulents.

2° Pour les sections géométriquement proches d'une section circulaire, on peut profiter des expériences faites avec les conduites. Quelques modifications sont néanmoins nécessaires; on utilise le rayon hydraulique (voir *Graf & Altinakar*, 1991, p. 439) comme suit :

$$4R_h = 4 \frac{S}{P} \quad (3.12)$$

Donc $4R_h$ est la longueur caractéristique qu'on utilise dans la définition du nombre de Reynolds, de la rugosité relative et de l'équation de Weisbach-Darcy respectivement :

$$Re = \frac{4R_h U}{\nu} \quad ; \quad \frac{k_s}{4R_h} \quad ; \quad J_f = f \frac{1}{4R_h} \frac{U^2}{2g}$$

Pour la rugosité, k_s , dans les canaux artificiels, on prend la rugosité équivalente établie pour les conduites industrielles.

- 3° L'utilisation du diagramme de Moody-Stanton (voir *Graf & Altinakar*, 1991, Fig. PP.9) avec $Re = 4R_h U/\nu$ et $k_s/4R_h$ permet d'obtenir des valeurs de f pour les écoulements laminaires et turbulents. On obtient ensuite soit la vitesse moyenne, U , avec l'éq. 3.10, soit la pente de fond, $J_f = J_w$, du canal, avec l'éq. 3.9.
- 4° Plutôt que d'utiliser le diagramme de Moody-Stanton, on peut se servir d'une relation empirique-théorique de Colebrook et White (voir *Graf & Altinakar*, 1991, p. 436), valable pour les écoulements turbulents, qui s'écrit comme suit pour les canaux (voir éq. 2.65) :

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = -2 \log \left(\frac{k_s/R_h}{a_f} + \frac{b_f}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (3.13)$$

avec $12 < a_f < 15$ et $0 < b_f < 6$, établie pour des sections de formes différentes, ainsi que pour divers types de rugosité (voir *Silberman et al.*, 1963, p. 104).

Les rugosités équivalentes, k_s , établies pour les conduites industrielles, mais considérées comme valables également pour les canaux artificiels, sont données au Tableau 3.1. Un tableau plus complet est donné par *Wallisch* (1990, pp. 235-250).

Pour les canaux dont le fond est composé de granulat, on prend généralement $k_s \equiv d_{50}$; d_{50} étant le diamètre égal à celui de 50% des grains dans la courbe granulométrique.

L'importance de la forme du canal est mise en évidence par un facteur qui multiplie R_h ; donc (ϕR_h) et (ϕRe) remplacent R_h et Re dans l'éq. 3.13. On prend (voir *Ghetti*, 1981) :

- pour une section rectangulaire ($B = 2 h$) $\phi = 0.95$
- pour une section trapézoïdale, large $\phi = 0.80$
- pour une section triangulaire, équilatérale $\phi = 1.25$

5° A noter que les résultats obtenus avec le diagramme de Moody-Stanton ou avec la relation de Colebrook-White ne sont qu'approximatifs.

Pour les canaux rectangulaires infiniment larges et les canaux de section non circulaire, ces méthodes sont moins applicables.

Tableau 3.1 Rugosité (équivalente) pour des conduites industrielles.

Type de paroi		Rugosité uniforme équivalente : k_s [mm]
tuyau étiré en verre, cuivre, laiton		< 0.001
tuyau industriel en laiton		0.025
tuyau en acier soudé	neuf rouillé	0.03 à 0.1 0.4
tuyau en fonte moulée	neuf rouillé bitumé	0.25 1.0 à 1.5 0.1
tuyau en ciment	lisse brut	0.3 à 0.8 < 3.0
planches non rabotées		1.0 à 2.5
tuyau en acier rivé		0.9 à 9
pierre de taille brute		8 à 15
galerie		90 à 600

- 6° Les canaux naturels et artificiels sont en général de dimension importante. En conséquence, le nombre de Reynolds, $Re = 4R_h U/v$, et la rugosité relative, $k_s/4R_h$, ont des valeurs élevées. Cela implique que l'écoulement turbulent est souvent rugueux; la valeur du coefficient de frottement, f , reste constante et ne dépend que de la rugosité relative.

Voici une justification pour l'utilisation de la relation de Chézy, éq. 3.10, où le coefficient de Chézy ne dépend que de la rugosité relative, $C = f(k_s/R_h)$, (voir éq. 3.13); alors :

$$C = \sqrt{8g} \left(\frac{1}{\sqrt{f}} \right) = \sqrt{8g} \left[2 \cdot \log \left(\frac{a_f}{k_s/R_h} \right) \right] \quad (3.13a)$$

puis, avec $a_f = 12.7$, on écrira (voir aussi éq. 2.63) :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5.6 \log \left(\frac{R_h}{k_s} \right) + 6.25 \quad (3.13b)$$

Pour des rugosités des grains très importantes, $d_{50}/R_h \geq 1/10$, on écrit plutôt (voir *Graf et al.*, 1987) :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5.75 \log \left(\frac{R_h}{d_{50}} \right) + 3.25 \quad (3.13c)$$

où $k_s \equiv d_{50}$, avec d_{50} comme diamètre médian des grains.

- 7° Dans un canal rugueux de largeur importante, $R_h \approx h$, le coefficient de frottement, f , peut être obtenu par la mesure in situ des vitesses ponctuelles (voir *Graf*, 1966) en admettant une répartition logarithmique (voir éq. 2.62) :

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \log (30z'/k_s)$$

La vitesse ponctuelle, $u_{0.2}$ et $u_{0.8}$, sur deux points, $z' = 0.2 h$ et $z' = 0.8 h$, situés sur la même verticale (voir Fig. 1.7) s'écrit :

$$u_{0.8} = 5.75 u_* \log (24h/k_s) \quad u_{0.2} = 5.75 u_* \log (6h/k_s)$$

Par élimination de u_* dans ces deux relations et en mettant $(u_{0.8}/u_{0.2}) = \zeta$, on a :

$$\log \frac{h}{k_s} = \frac{0.78\zeta - 1.38}{1 - \zeta} \quad (3.19)$$

La vitesse moyenne, U , pour l'écoulement turbulent rugueux (voir éq. 2.63) est:

$$\frac{U}{u_*} = 5.75 \log \frac{h}{k_s} + 6.25$$

La substitution de l'éq. 3.19 dans cette équation – en utilisant la définition de l'éq. 3.8 – donne :

$$\frac{U}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1.78 (\zeta + 0.95)}{(\zeta - 1)} \quad (3.20)$$

On obtient ensuite pour f :

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1.78}{\sqrt{8}} \frac{(\zeta + 0.95)}{(\zeta - 1)} \quad (3.21)$$

et ensuite (voir éq. 3.13a) :

$$C = \sqrt{8g} \sqrt{\frac{1}{f}} = 1.78 \sqrt{g} \frac{(\zeta + 0.95)}{(\zeta - 1)} \quad (3.21a)$$

Les coefficients de frottement, f ou C , sont obtenus de cette manière (expérimentale) pour les canaux rectangulaires très larges, où $h \equiv D_h = R_h$, en utilisant l'hypothèse d'une répartition logarithmique de vitesse.

3.2.2 Coefficient de Chézy

1° Pour un écoulement turbulent rugueux, la relation de Chézy :

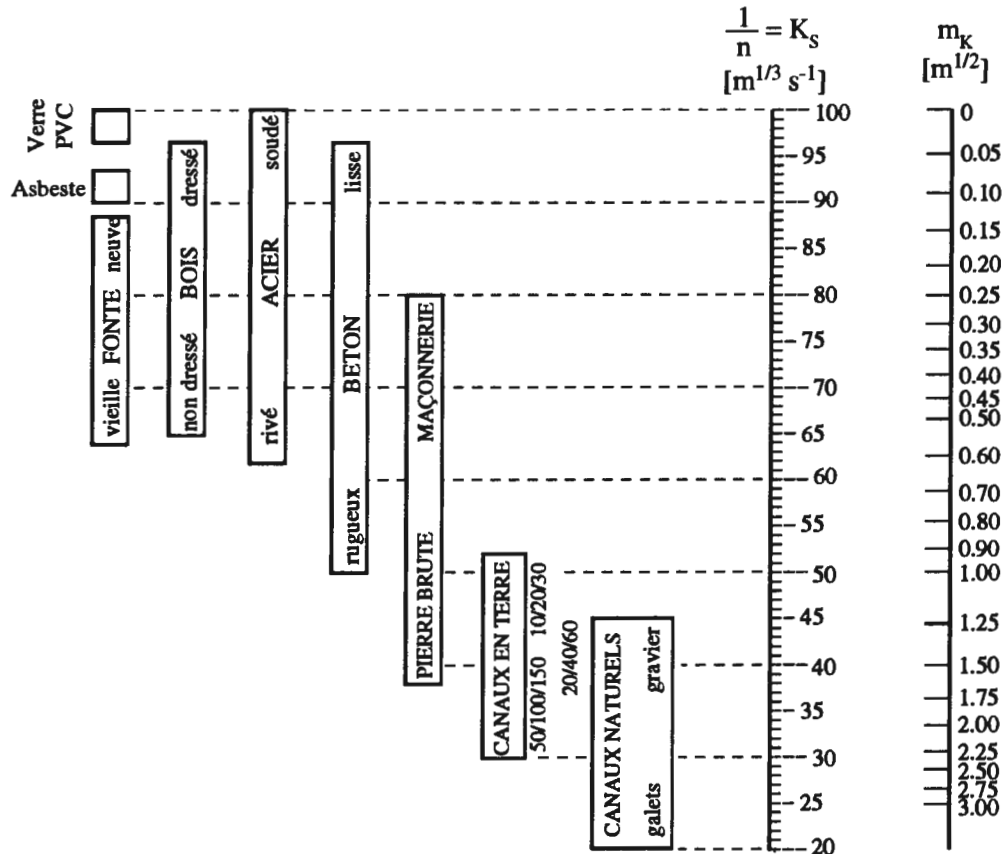
$$U = C \sqrt{R_h J_f} \quad (3.11)$$

peut être utilisée. Par contre, elle n'est valable ni pour un écoulement laminaire, ni pour un écoulement turbulent lisse.

Le coefficient de Chézy, C [$m^{1/2}/s$], est une expression dimensionnelle; les valeurs numériques supposent donc l'emploi du mètre [m] et de la seconde [s] comme unités.

Différentes formules d'origine empirique sont proposées pour le calcul du coefficient de Chézy, C , en le reliant au rayon hydraulique, R_h .

Tableau 3.2 Coefficients de rugosité de Manning, de Strickler et de Kutter.



- 2° La *formule de Bazin* considère C comme une fonction du rayon hydraulique, R_h [m], et d'un coefficient, m_B [m^{1/2}], caractéristique de la rugosité des parois. Établie avec des données des petits canaux artificiels, la relation s'écrit :

$$C = \frac{87}{1 + (m_B / \sqrt{R_h})} \quad (3.14)$$

Le coefficient de Bazin varie de $m_B = 0.06$ [m^{1/2}], pour un fond à surface lisse, à $m_B = 1.75$ [m^{1/2}] pour un lit de galets ou encombré d'herbe.

- 3° La *formule simplifiée de Kutter* établie avec des données des canaux artificiels, mais utilisant aussi des données des grands fleuves, à la même forme :

$$C = \frac{100}{1 + (m_K / \sqrt{R_h})} \quad (3.15)$$

$m_K [m^{1/2}]$ étant le coefficient de Kutter. Des valeurs pour m_K sont données aux Tableau 3.2.

- 4° Dans la pratique, on préfère actuellement les formules exponentielles et l'on utilise surtout la *formule de Manning-Strickler* dans sa forme particulière :

$$U = K_s R_h^{2/3} J_f^{1/2} \quad (3.16)$$

avec

$$C = K_s R_h^{1/6} = \frac{1}{n} R_h^{1/6} \quad (3.17)$$

$K_s [m^{1/3} s^{-1}]$ est le coefficient de Strickler et $n [m^{-1/3} s^1]$ est le coefficient de Manning. Cette relation se base sur de nombreuses mesures dans les canaux naturels et artificiels. Les valeurs, n et K_s , figurent au Tableau 3.2. Un tableau détaillé est donné par Wallisch (1990, pp. 252-267).

- 5° Il existe encore d'autres formules exponentielles :

i) la formule de Forchheimer : $C = \frac{1}{n} R_h^{1/5}$

ii) la formule de Pavloski : $C = \frac{1}{n} R_h^q$

pour $R_h \leq 1 [m]$: $q = 1.5 \sqrt{n}$
 $R_h > 1 [m]$: $q = 1.3 \sqrt{n}$ (voir Grishanin, 1990, p. 45)

3.2.3 Coefficient de Manning

- 1° La formule la plus utilisée est la formule de *Manning-Strickler*, appelée en bref la formule de Manning :

$$U = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} \quad (3.16)$$

Elle est extrêmement simple mais ne doit être utilisée que pour les écoulements turbulents rugueux, donc à grand nombre de Reynolds. Dans ces conditions, le coefficient de Manning, n , reste constant pour une rugosité donnée, tandis que le coefficient de Chézy, C , est proportionnel (voir éq. 3.17) à la rugosité relative, $(R_h^{1/6}/n)$.

- 2° Des listes plus complètes du coefficient de Manning, n , ont été établies par Crausse (1951, p. 38), Chow (1959, pp. 110-113) et Graf (1984, pp. 306-309). De plus, Chow (1959, pp. 115-123) et Barnes (1967) montrent des photos de différents canaux naturels et artificiels comme support visuel permettant le choix du coefficient de Manning, qui varie entre $0.012 < n < 0.15$.

Des valeurs indicatives sont résumées au Tableau 3.2.

Il faut souligner que les valeurs du coefficient de Manning sont les mêmes dans le système métrique et dans le système anglais. Dans ce dernier, il faut les utiliser avec la relation suivante :

$$C = \frac{1.48}{n} R_h^{1/6} \quad (3.17a)$$

- 3° Pour les canaux naturels aux parois (fond et berge) en granulat non cohésif, on peut utiliser la formule de Strickler (voir *Strickler*, 1923, pp. 11-15) :

$$K_s = \frac{21.1}{d_{50}^{1/6}} \quad \text{ou} \quad K_s = \frac{26}{d_{90}^{1/6}} \quad (3.18)$$

d_{50} ou d_{90} [m] sont le diamètre égal à celui de 50% ou 90% des grains dans la courbe granulométrique.

- 4° L'influence de la végétation sur le coefficient de frottement est traitée par *Chow* (1959, pp. 179-184) et *Wallisch* (1990, p. 229).

3.2.4 Rugosité composée

- 1° Les coefficients de frottement, f , n ou C , sont valables à condition que tout le périmètre mouillé ait la même rugosité; on dit alors que la section mouillée est homogène.
- 2° Pour des sections à périmètre mouillé *non homogène*, le lit et chaque paroi (berge) ont des rugosités différentes (voir Fig. 3.3); il faut alors calculer un coefficient de frottement équivalent.

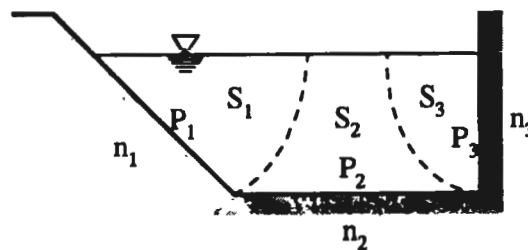


Fig. 3.3 Section à rugosité composée.

- 3° Selon Einstein (voir *Chow*, 1959, p. 136), on y divise - de manière raisonnable - la surface mouillée, S , en N parts chacune ayant son périmètre mouillé, $P_1, P_2, \dots, P_N$, et son coefficient de frottement, $n_1, n_2, \dots, n_N$. Ensuite, on admet que la

vitesse moyenne de chaque section partielle, $S_1, S_2, \dots, S_N$, reste la même et qu'elle est égale à la vitesse moyenne de la section entière, $U_1 = U_2 = \dots = U_N \equiv U$.

4° En utilisant, par exemple, la formule de Manning, éq. 3.16, on écrit :

$$U = \frac{1}{n} \left(\frac{S}{P} \right)^{2/3} J_f^{1/2} = \frac{1}{n_1} \left(\frac{S_1}{P_1} \right)^{2/3} J_f^{1/2} = \dots = \frac{1}{n_N} \left(\frac{S_N}{P_N} \right)^{2/3} J_f^{1/2}$$

On admet que $S^{2/3} = \sum_{i=1}^N S_i^{2/3}$; ainsi le coefficient de frottement équivalent d'une rugosité composée se calcule par :

$$n = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (P_i n_i^{3/2})}{P} \right]^{2/3} \quad (3.22)$$

3.2.5 Ondulations du fond mobile

1° Dans des canaux naturels et artificiels, un *fond mobile* est défini comme un fond composé de particules solides (granulats non cohésifs, alluvions) qui se déplacent sous l'action de l'écoulement en formant des *ondulations du lit*, appelées couramment *dunes* (voir Fig. 3.4). Ces particules sont caractérisées par la densité, ρ_s , le diamètre médian, $d \equiv d_{50}$, et la distribution granulométrique.

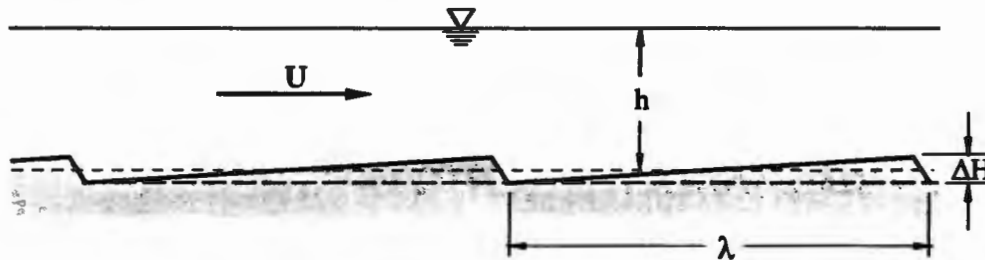


Fig. 3.4 Schéma d'un lit avec une série de dunes.

2° Un fond mobile présente successivement plusieurs aspects qui correspondent à différents types de déformations du fond. On les classe en trois régimes à l'aide du nombre de Froude, Fr (voir Fig. 3.5) :

- i) $Fr < 1$: Le fond reste d'abord plat, ceci jusqu'à ce que la vitesse atteigne une valeur critique (voir sect. 3.4.2) et que le transport (de particules) solide commence. Apparaissent ensuite les *mini-dunes* (rides), puis les *dunes* plus allongées.

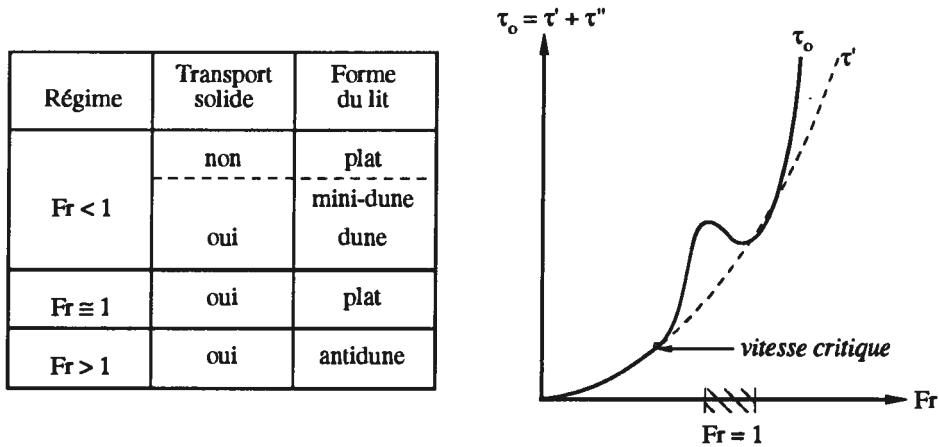


Fig. 3.5 Régime d'écoulement sur fond mobile.

- ii) $Fr \approx 1$: La vitesse croît et les dunes (déjà très allongées) sont lavées et disparaissent. C'est l'état de *transition* au fond plat.
- iii) $Fr > 1$: Si la vitesse augmente encore, il se forme des dunes d'une autre espèce, appelées *antidunes*, qui, à l'inverse des dunes, se propagent généralement vers l'amont. La surface de l'eau est onduleuse et le transport solide très important.

3° La géométrie d'une dune (idéalisée parce que quelquefois peu dessinée) est donnée par une forme triangulaire de longueur, λ , et de hauteur, ΔH (voir Fig. 3.4).

Des relations indicatives (voir *Graf*, 1984, p. 283) en rapport avec la profondeur d'eau sont :

$$\frac{\Delta H}{h} < \frac{1}{6} \quad ; \quad \frac{\lambda}{h} \approx 5 \quad (3.23)$$

4° La présence de dunes entraîne une augmentation de la résistance à l'écoulement. Pour calculer la tension totale due aux forces du frottement au fond, τ_o , on admet qu'il y a additivité (voir *Graf*, 1984, p. 303) de la contribution due aux rugosité des grains, τ' , et de celle due aux dunes, τ'' , c.-à-d. :

$$\tau_o = \tau' + \tau'' \quad (3.24)$$

ou (voir éq. 3.5) :

$$\gamma R_h J_f = \gamma (R_h' + R_h'') J_f$$

avec R_h' et R_h'' représentant les rayons hydrauliques dus aux rugosités et aux dunes respectivement.

D'après la définition de la vitesse et du coefficient de frottement, éq. 3.6 et éq. 3.8, cela implique :

$$u_*^2 = (u_*')^2 + (u_*'')^2 \quad (3.25)$$

$$f = f' + f''$$

ou encore :

$$n = n' + n'' \quad ; \quad C = C' + C'' \quad (3.26)$$

- 5° La tension de frottement, τ_o , (voir éq. 3.24) varie en fonction du nombre de Froude, Fr . Cette variation est montrée schématiquement sur la Fig. 3.5.

3.2.6 Coefficient de frottement, fond mobile

- 1° Jusqu'à présent, la détermination du coefficient de frottement pour les écoulements à fond mobile n'a pas conduit à des résultats satisfaisants dans un domaine étendu de paramètres.

- 2° Il existe des méthodes où l'on détermine directement le coefficient de frottement (total), f ou n .

Il existe d'autres méthodes où l'on calcule le coefficient de frottement dû à la rugosité, f' ou n' , selon les formules présentées précédemment (voir sects. 3.2.1 à 3.2.3); on détermine ensuite le coefficient de frottement dû aux dunes, f'' ou n'' , avec une autre formule.

- 3° Voici une sélection parmi les différentes formules existantes pour le calcul direct :

- i) La détermination du coefficient de frottement global se fait au moyen d'une formule exponentielle de type Chézy (voir éq. 3.11) :

$$U = K_T R_h^x J_f^y \quad (3.27)$$

Sugio (1972) a évalué extensivement des cours d'eau naturels de $0.1 < d_{50}$ [mm] < 130 et des canaux artificiels de $0.2 < d_{50}$ [mm] < 7.0 ; il propose :

$$U = K_T R_h^{0.54} J_f^{0.27} \quad (3.27a)$$

A noter que l'exposant $y = 0.27$ est très différent de celui utilisé dans la relation de Chézy ou de Manning, où il est $y = 0.50$ pour les canaux à fond fixe; les unités de R_h et U sont [cm] et [cm/s].

Les valeurs de K_T sont :

$K_1 = 54$	pour les mini-dunes
$K_2 = 80$	pour les dunes
$K_3 = 110$	pour un régime supérieur
$K_4 = 43$	pour les rivières à méandres

Cette relation, éq. 3.27a, est d'utilisation simple et se compare bien avec d'autres formules avancées pour les canaux en *régime*, c.-à-d. en équilibre, (voir *Graf*, 1984, chap. 10) également présentées par *Sugio* (1972, p. 24).

- ii) La relation suivante, présentée par *Grishanin* (1990, p. 59), exprime le coefficient de Chézy, C , utilisé dans l'éq. 3.11 :

$$C = 5.25 \left(\frac{U_g}{\sqrt[3]{g\nu}} \right)^{1/2} \left(\frac{D_h}{B} \right)^{1/6} \quad (3.28)$$

Elle est établie pour les rivières russes de $0.1 < d_{50} [\text{mm}] < 0.44$ et de $3 \times 10^{-6} < J_f < 2.2 \times 10^{-4}$.

- iii) Une autre relation, présentée par *Grishanin* (1990, p. 69) et obtenue pour plusieurs (35) rivières russes, s'exprime ainsi :

$$U = \frac{1}{M_G^2} \left(\frac{g}{B} \right)^{1/2} D_h \quad (3.29)$$

où M_G est une invariante locale non dimensionnelle, $M_G = 0.91 \pm 0.12$, pour un fond de sable.

- iv) En utilisant une série importante de données de canaux artificiels (en laboratoire) et de cours d'eau naturels pour un diamètre de granulat entre $0.11 < d_{50} [\text{mm}] < 1.35$ et une pente entre $3 \times 10^{-6} < J_f < 3.7 \times 10^{-2}$, *Brownlie* (1983, p. 975) donne (voir éq. 3.24) :

$$\tau_* = \frac{\tau_o}{d_{50} (\gamma_s - \gamma)} = w (q_* J_f)^x J_f^y \sigma^z \left(\frac{\rho}{\rho_s - \rho} \right) \quad (3.30)$$

où $q_* = q / \sqrt{gd_{50}^3}$; q est le débit unitaire et σ l'écart type du diamètre de grain dans sa distribution granulométrique et $\gamma_s = \rho_s g$ le poids volumique du granulat. Les coefficients obtenus par analyse statistique sont :

- pour les canaux à fond mobile avec dunes et mini-dunes :

$$w = 0.37 \quad , \quad x = 0.65 \quad , \quad y = 0.09 \quad , \quad z = 0.11$$

- pour les canaux à fond mobile plat (voir Fig. 3.5) ou avec antidunes :

$$w = 0.28 \quad , \quad x = 0.62 \quad , \quad y = 0.09 \quad , \quad z = 0.08$$

4° Différentes relations empiriques ont été présentées pour le calcul de vitesse ou de coefficient de frottement, $u_{*''}$ et f'' , dû aux ondulations du lit. En voici deux :

- i) La relation proposée par *Einstein-Barbarossa* se traduit par un graphique (voir Fig. 3.6) où la dispersion expérimentale est considérable. On a utilisé des données de rivières américaines ayant $0.19 < d_{35} [\text{mm}] < 4.3$ et $1.49 \times 10^{-4} < J_w < 1.72 \times 10^{-3}$. La relation est donnée (voir *Graf*, 1984, p. 310) par :

$$\frac{U}{u_{*''}} = f \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{d_{35}}{R_h' J_f} \right) = f(\psi') \quad (3.31)$$

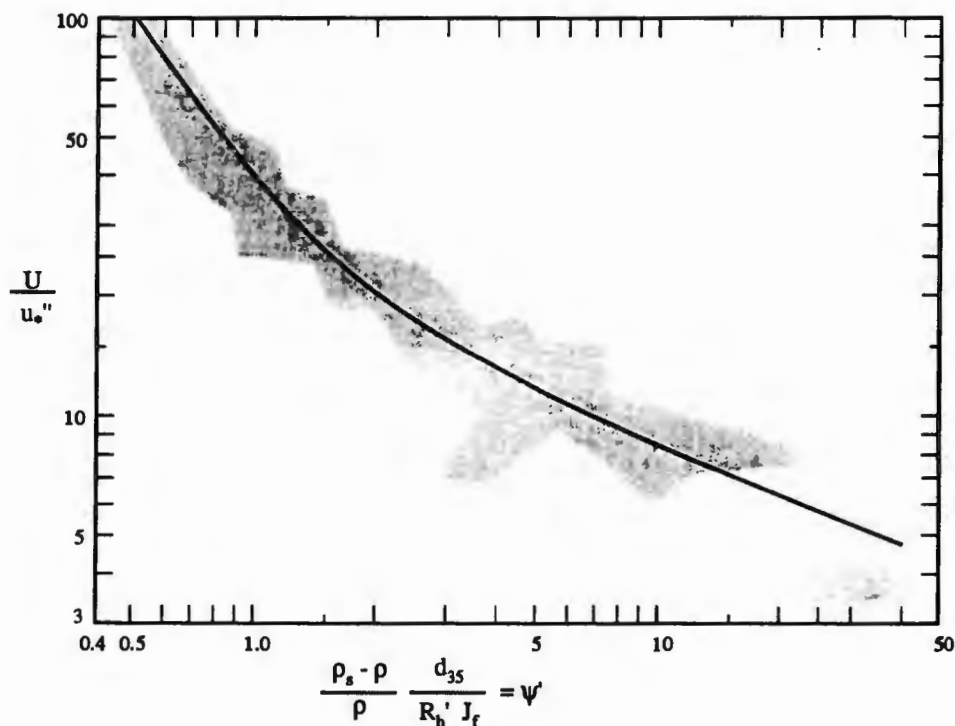


Fig. 3.6 Vitesse de frottement, $u_{*''}$, pour fond mobile dû aux ondulations, selon Einstein-Barbarossa.

- ii) La relation proposée par *Alam-Kennedy* est donnée par :

$$f'' = f \left(\frac{R_h}{d_{50}}, \frac{U}{\sqrt{g d_{50}}} \right) \quad (3.32)$$

Elle est présentée sous forme de graphique sur la Fig. 3.7 (voir *Yalin*, 1972, p. 280); là également, la dispersion expérimentale (pas montrée ici) est très importante. On a beaucoup utilisé de données de canaux artificiels (en laboratoire) avec $0.04 < d_{50} [\text{mm}] < 0.54$ et de rivières américaines avec $0.08 < d_{50} [\text{mm}] < 0.45$.

Dans la Fig.3.7, la relation Einstein-Barbarossa correspond au secteur où les contours des valeurs $U/\sqrt{g d_{50}}$ restent approximativement horizontaux; c.-à-d. si $R_h/d_{50} > 3 \times 10^3$.

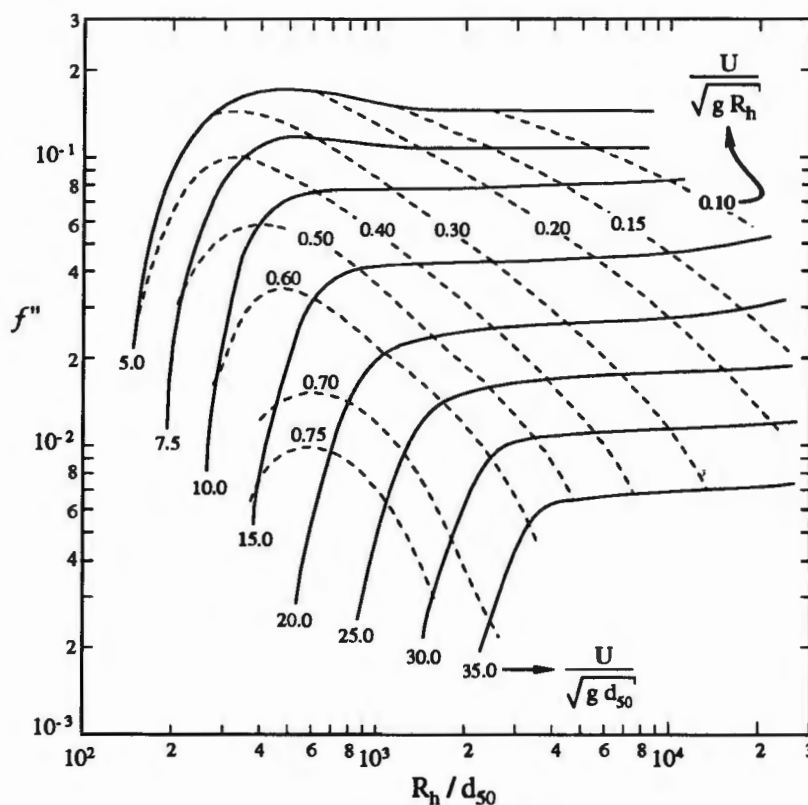


Fig. 3.7 Coefficient de frottement, f'' , pour fond mobile dû aux ondulations, selon Alam-Kennedy.

- iii) D'autres relations sont résumées dans *Graf* (1984, pp. 303-320) ou *Raudkivi* (1976, chap. 6).

3.3 CALCUL DE DEBIT, FOND FIXE

- 1° L'étude d'un canal en écoulement uniforme se pose souvent à l'ingénieur hydraulicien.
- 2° La détermination du débit, Q , d'un canal à fond fixe requiert la connaissance de sa forme géométrique, du coefficient de frottement de ses parois et de sa pente.
- 3° On admet que les parois (fond et berges) du canal sont fixes ou immobiles, donc non érosives.

3.3.1 Débitance

- 1° Le débit, Q , d'un écoulement uniforme étant donné par l'éq. 3.2a et la vitesse moyenne par l'éq. 3.16, on écrira :

$$Q = US = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} S \quad (3.33)$$

- 2° Les valeurs de la section mouillée, S , et du rayon hydraulique, R_h , sont déterminées et données par la profondeur d'eau, $h \equiv h_n$. De plus, la nature de la rugosité de la paroi, n , est connue. Cela fait apparaître l'expression :

$$K(h) = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S \quad (3.34)$$

appelée *débitance* du canal (voir *Bakhmeteff*, 1932, p.13), qui représente uniquement une fonction de la profondeur, $h \equiv h_n$. Cette profondeur d'eau est dite *profondeur normale*, h_n , pour le débit, Q . On écrit donc l'éq. 3.33 comme suit :

$$Q = K(h) \sqrt{J_f} \quad (3.35)$$

ou

$$Q/\sqrt{J_f} = f(h) \quad (3.35a)$$

Pour une forme de section donnée, cette relation peut être tracée point par point (voir Fig. 3.8). On peut calculer la débitance pour des profils géométriques simples; pour des profils complexes, une solution graphique s'impose.

La profondeur, h_n , croît avec le débit, Q . Pour des canaux identiques, mais avec des pentes, J_f , différentes, la profondeur croît si la pente de fond décroît.

- 3° La débitance, K , caractérise le canal; elle représente une mesure de la capacité de transport d'eau dans cette section.

La courbe des profondeurs normales (voir Fig. 3.8) s'avère très utile pour résoudre les différents problèmes: si deux des trois paramètres, h_n , Q et J_f (voir éq. 3.35a) sont connus, on peut trouver le troisième; à priori, la rugosité de la paroi est connue.

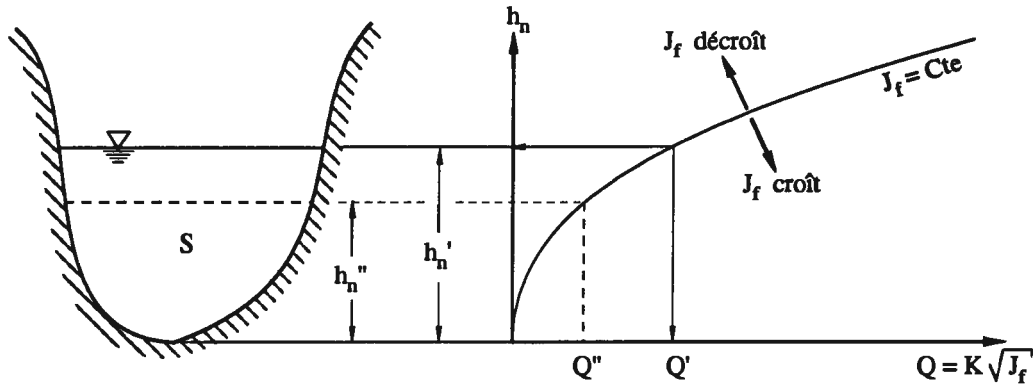


Fig. 3.8 Courbe de débitance ou de profondeur normale.

3.3.2 Profondeur normale

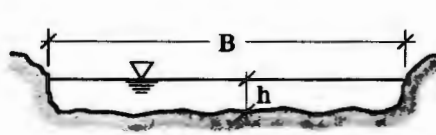
- 1° La profondeur normale, h_n , est la profondeur d'eau en écoulement uniforme dans un canal de pente, J_f , donné, parcouru par un débit, Q . (Les éléments géométriques de la section qui correspondent à la profondeur normale, h_n , sont appelés éléments normaux, tels que : R_{h_n} , S_n , ou P_n .)
- 2° On calculera la profondeur normale d'un canal de forme donnée avec la formule de débit :

$$Q = US = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} S \quad (3.33)$$

Cette relation montre que l'écoulement uniforme est seulement possible dans un canal à pente descendante, $J_f > 0$. Dans un canal horizontal, $J_f = 0$, la profondeur normale serait infinie.

- 3° Pour les cours d'eau naturels ainsi que pour les canaux rectangulaires d'une largeur, B , importante (voir Fig. 3.9), on donne $R_h \approx h$ comme rayon hydraulique. La formule de débit, éq. 3.33, s'écrit alors :

$$Q = US = (C h^{1/2} J_f^{1/2}) (h B) \quad (3.33a)$$



$$h = D_h$$

$$B \gg h$$

$$R_h = \frac{B h}{B + 2h} \approx \frac{B h}{B} \approx h$$

Fig. 3.9 Section d'un canal de largeur importante.

Pour la profondeur normale ou uniforme, $h \equiv h_n$, on obtient :

$$h_n = \left(\frac{q^2}{C^2 J_f} \right)^{1/3} \quad \text{où } q = Q/B \quad (3.36)$$

3.3.3 Section composée

- 1° La section d'un canal peut être composée de différentes sous-sections (voir Fig. 3.10), chacune ayant une rugosité et une pente différentes.

Ce cas se présente lors du débordement d'un canal naturel ou artificiel pendant une crue.

- 2° Un tel cas peut être traité approximativement par l'application de la formule de débit pour chaque sous-section:

$$Q = Q_c + Q_o = \frac{1}{n_c} S_c R_{h_c}^{2/3} \left(\frac{\Delta h}{L_c} \right)^{1/2} + \frac{1}{n_o} S_o R_{h_o}^{2/3} \left(\frac{\Delta h}{L_o} \right)^{1/2} \quad (3.37)$$

A noter que les périmètres mouillés, P_c et P_o , ne doivent être calculés qu'avec les lignes de contact eau/lit.

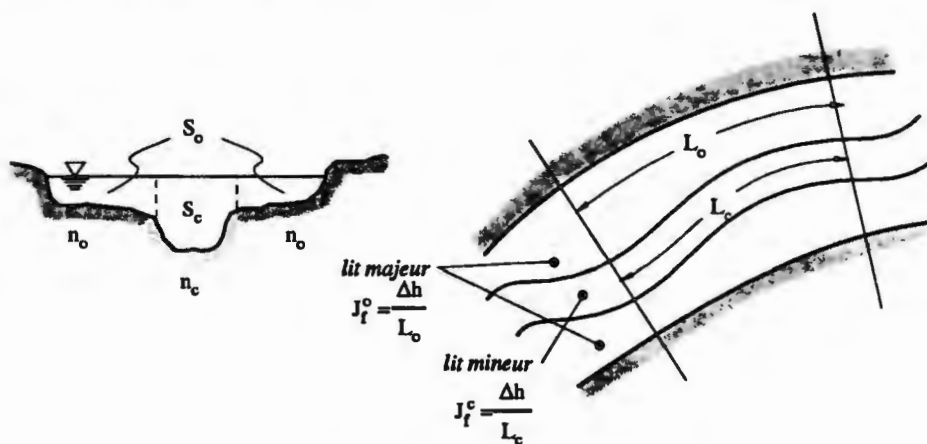


Fig. 3.10 Section composée.

3.3.4 Section de débit maximal

1° La construction d'un canal pour transporter un débit, Q , avec une pente, J_f , et un coefficient de rugosité, n , donnés coûtera d'autant moins cher que la section, S , sera plus faible.

2° Prenons la formule de débit suivante :

$$Q = US = \frac{1}{n} R_h^{2/3} J_f^{1/2} S \quad (3.33)$$

où l'on écrira pour $(J_f^{1/2}/n) = \text{Cte}$:

$$Q = \text{Cte} (S^{5/3} P^{-2/3})$$

Pour une section mouillée, S , restant constante, les expressions montrent que le débit sera maximal, $Q \Rightarrow Q_{\max}$, si le rayon hydraulique est maximal, $R_h \Rightarrow R_{h\max}$; donc si le périmètre mouillé est minimal, $P \Rightarrow P_{\min}$.

3° Parmi toutes les formes de section possibles, c'est la forme du *demi-cercle* qui réalise $P_{\min}$ pour une surface, S , constante. On a donc (voir Fig. 3.11) :

$$S = \frac{\pi r^2}{2}, \quad P = \pi r, \quad R_h = \frac{r}{2} = \frac{h}{2}$$

La forme demi-circulaire n'est réalisée que dans les canaux artificiels en béton ou en métal.

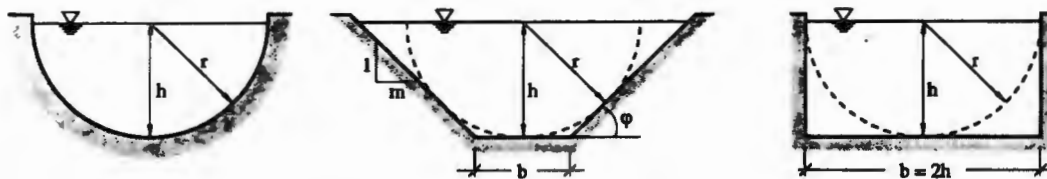


Fig. 3.11 Sections de débit maximal.

4° Dans les canaux en terre, il faut respecter l'angle de repos, φ , et les dispositions constructives. Il s'avère que la forme *trapézoïdale isocèle* (voir Crausse, 1951, p. 51) est la plus intéressante (voir Fig. 3.11).

On définit la surface mouillée, S , et le périmètre mouillé, P , par (voir Tableau 1.1):

$$S = h(b + mh), \quad P = b + 2h\sqrt{1 + m^2} \quad \text{où } m = \text{ctg } \varphi.$$

On suppose ensuite que dS est nul puisque la surface, S , reste constante; on a :

$$dS = h db + (b + 2 mh) dh = 0$$

Si l'on désire que le périmètre mouillé, P , soit minimal, on pose :

$$dP = db + 2 \sqrt{1 + m^2} dh = 0$$

En éliminant db et dh de ces deux dernières équations, on obtient :

$$b = 2h (\sqrt{1 + m^2} - m)$$

Il suffit de porter cette valeur, b , dans les relations pour S et P , et l'on tire le rayon hydraulique :

$$R_h = h/2$$

qui reste indépendant de l'angle de repos, ϕ .

5° A noter que pour $m = 0$, le trapèze devient un rectangle (voir Fig. 3.11) tel que :

$$\begin{aligned} b &= 2h \\ R_h &= h/2 \end{aligned}$$

Pour un canal *rectangulaire*, où $b \equiv B$, le rapport largeur/profondeur doit être $(B/h) = 2$.

3.4 CALCUL DE DEBIT, FOND MOBILE

- 1° Les canaux en terre (alluvions) composés de particules solides (granulat non-cohésif) sont des canaux à *fond mobile*. On calcule le débit en utilisant le coefficient du frottement pour les écoulements à fond mobile (voir sect. 3.2.6).
- 2° Dans ces canaux artificiels ou naturels, la vitesse (au voisinage des parois/fond) doit :
 - i) ne pas être supérieure à certaines valeurs critiques, à cause des risques d'érosion des particules solides qui se trouvent sur le fond : c'est la vitesse maximum admissible ou *vitesse d'érosion*, couramment appelée *vitesse critique*,
 - ii) ne pas être inférieure à certaines valeurs critiques, à cause des risques de dépôt ou de sédimentation des particules solides susceptibles de se trouver dans l'écoulement : c'est la vitesse minimum admissible ou *vitesse de sédimentation*.