

– Correction de l'examen final –

Spécialité : Ressources hydraulique, M1 - S1

Module : Les écoulements à surface libre

Solution de l'exercice 1

a) Figure 1

$$A = \frac{2b + m_1y + m_2y}{2}y \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$P_w = b + y \left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right) \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$R_h = \frac{A}{P_w} = \frac{(2b + m_1y + m_2y)y}{2b + 2y \left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right)} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$T = b + (m_1 + m_2)y \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{(2b + m_1y + m_2y)y}{2b + 2y(m_1 + m_2)} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

a) Figure 2

Ce canal est obtenu du canal de la figure 1 en posant $m_1 = 0$ et $m_2 = m$

$$A = \frac{2b + my}{2}y \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$P_w = b + y \left(1 + \sqrt{1 + m^2} \right) \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$R_h = \frac{A}{P_w} = \frac{(2b + my)y}{2b + 2y \left(1 + \sqrt{1 + m^2} \right)} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$T = b + my \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{(2b + my)y}{2(b + my)} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

a) Figure 3

Ce canal est obtenu du canal de la figure 2 en posant $b = 0$

$$A = \frac{my^2}{2} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$P_w = y \left(1 + \sqrt{1 + m^2} \right) \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$R_h = \frac{A}{P_w} = \frac{my^2}{2y \left(1 + \sqrt{1 + m^2} \right)} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$T = my \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{y}{2} \quad [1/3 \text{ Pts}]$$

Solution de l'exercice 2Chaque réponse juste apporte **0,25 Pts**

TABLE 1

Canal	Q (m ³ /s)	b (m)	m	n	S_0 m/m	$\frac{nQ}{\sqrt{S_0}b^{8/3}}$	$\frac{y_n}{b}$	y_n m	$\frac{Qm^{1,5}}{g^{0,5}b^{2,5}}$	$\frac{my_c}{b}$	y_c m	Classe des profondeurs	Classification de pente
0	22,500	4,00	1	0,015	0,0004	0,42	0,56	2,24	0,22	0,33	1,32	$y_c < y_n$	Faible (M)
1	20,500	1,52	2	0,006	0,0004	2	1	1,52	6,5	2	1,52	$y_c = y_n$	Critique (C)
2	15,060	2,00	1	0,004	0,0004	0,47	0,6	1,2	0,85	0,7	1,4	$y_c > y_n$	Fort (S)
3	5,315	3,00	1,5	0,015	0	∞	∞	∞	0,2	0,3	0,6	$y_n = \infty$	Horizontale (H)
4	3,926	1,30	1	0,023	0,002	1	0,9	1,17	0,65	0,6	0,76	$y_c < y_n$	Faible (M)
5	23,030	4,00	2	0,017	0,001	0,3	0,4	1,60	0,65	0,6	1,2	$y_c < y_n$	Faible (M)

Solution de l'exercice 3**1) Démonstration**

Nous avons : $Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \Rightarrow y = \frac{V^2}{gFr^2}$

Donc $\frac{y_2}{y_1} = \frac{V_2^2}{gFr_2^2} \frac{Fr_1^2}{V_1^2} = \frac{Fr_1^2 Q^2 / (b^2 y_2)^2}{Fr_2^2 Q^2 / (b^2 y_1)^2} = \frac{Fr_1^2}{Fr_2^2} \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2$ [0,5 Pts]

$$\therefore \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3 = \frac{Fr_1^2}{Fr_2^2} \quad (\text{S3a})$$

En remplaçant $\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right]$ dans l'équation précédente, on obtient :

$$\frac{1}{8} \left[\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right]^3 = \frac{Fr_1^2}{Fr_2^2}; \quad Fr_2^2 = \frac{8Fr_1^2}{\left[\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right]^3} \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

De l'équation (S3a) : $\left(\frac{y_1}{y_2} \right)^3 = \frac{Fr_2^2}{Fr_1^2}$

En remplaçant $\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right]$ dans l'équation précédente, on obtient :

$$\frac{1}{8} \left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right]^3 = \frac{Fr_2^2}{Fr_1^2}; \quad Fr_1^2 = \frac{8Fr_2^2}{\left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right]^3} \quad [0,5 \text{ Pts}]$$

2-a) Les profondeurs conjuguées du ressaut

Étant donné que pour un canal rectangulaire : $\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right] = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \times 0,346^2} - 1 \right]$
 $\frac{y_1}{y_2} = 0,2$ [0,5 Pts]

$$\therefore y_2 = 5y_1 \quad (\text{S3b})$$

En remplaçant cette équation dans l'équation de ΔH_s

$$\Delta H_s = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} = \frac{(5y_1 - y_1)^3}{4y_1 (5y_1)} = \frac{64y_1^3}{20y_1^2} = 3,2y_1$$

$3,2 = 3,2y_1; \quad y_1 = 1 \text{ m}.$ [0,5 Pts]

De l'équation (S3b) : $y_2 = 5y_1 = 5 \times 1; \quad y_2 = 5 \text{ m}.$ [0,5 Pts]

2-b) Le débit

En aval du ressaut : $Fr_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}} \Rightarrow V_2 = Fr_2 \sqrt{gy_2} = 0,346 \sqrt{9,81 \times 5} = 1,082 \text{ m/s}$ [0,5 Pts]

Le débit : $Q = V_2 A_2 = V_2 b y_2 = 1,082 \times 10 \times 5; \quad Q = 54,1 \text{ m}^3/\text{s}.$ [0,5 Pts]

2-c) le nombre de Froude en amont

$$Fr_1^2 = \frac{8Fr_2^2}{\left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right]^3} \Rightarrow Fr_1 = \frac{\sqrt{8}Fr_2}{\left[\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right]^{3/2}} = \frac{\sqrt{8} \times 0,346}{\left[\sqrt{1 + 8 \times 0,346^2} - 1 \right]^{3/2}};$$

$Fr_1 = 3,88.$ [0,5 Pts]