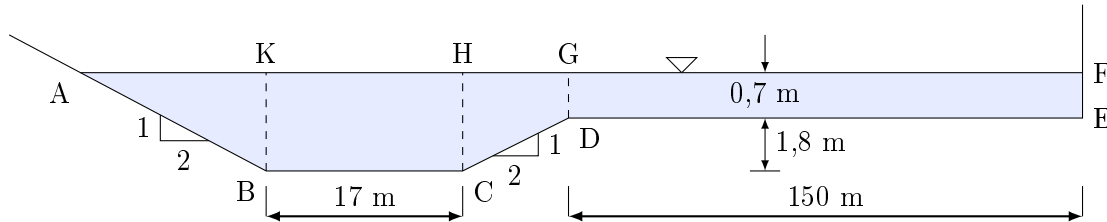


– Correction de l'examen final –

Spécialité : Ressources en eau, M1 - S1

Module : Les écoulements à surface libre

Solution de l'exercice 1



Comme indiqué sur la figure ci-dessus, l'aire de la section d'écoulement du canal est

$$A = ABK + KBCH + HCDG + GDEF$$

$$A = \left( \frac{1}{2} \times 5 \times 2,5 \right) + (17 \times 2,5) + \left[ \frac{2,5 + 0,7}{2} \times 3,6 \right] + (150 \times 0,7)$$

$$A = 6,25 + 42,5 + 5,76 + 105 ; \quad A = 159,51 \text{ m}^2$$

[1 Pts]

Le périmètre mouillé est

$$P_w = AB + BC + CD + DE + EF$$

$$P_w = (2,5\sqrt{5}) + 17 + (1,8\sqrt{5}) + 150 + 0,70$$

$$P_w = 5,59 + 17 + 4,02 + 150 + 0,70 ; \quad P_w = 177,31 \text{ m}^2$$

[1 Pts]

Ainsi

$$R_h = \frac{A}{P_w} = \frac{159,51}{177,31} ; \quad R_h = 0,90 \text{ m}$$

[1 Pts]

En utilisant la formule de Chézy  $Q = AC\sqrt{R_h S_0}$  avec  $C = 35$  et  $S_0 = \frac{0,7}{1610} = \frac{1}{2300}$

[0,5 Pts]

Ainsi, par substitution, on obtient

$$Q = 159,51 \times 35 \times \left( \frac{1 \times 0,90}{2300} \right)^{1/2} ; \quad Q = 110,44 \text{ m}^3/\text{s}$$

[1 Pts]

Solution de l'exercice 2

Pour déterminer le type de courbe de la ligne d'eau, il faut calculer  $y_n$  et  $y_c$ .

[0,5 Pts]

1) **Canal trapézoïdal** :  $b = 2 \text{ m}$ ,  $m = 1$ ,  $n = 0,012$ ,  $S_0 = 0,011$ ,  $Q = 3,88 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $y = 2 \text{ m}$ .

$$\text{Pour } y_n, \text{ nous avons : } \frac{nQ}{\sqrt{S_0} b^{8/3}} = \frac{0,012 \times 3,88}{\sqrt{0,011} \times 2^{8/3}} = 0,07$$

À partir de la courbe "Détermination de la profondeur normale des canaux de section rectangulaire et trapézoïdale", la valeur de  $\frac{y_n}{b} = 0,2$  donc,  $y_n = 0,2 \times 2$ ,  $y_n = 0,4 \text{ m}$ .

[1 Pts]

Pour  $y_c$ , nous avons :  $\frac{Qm^{1,5}}{g^{0,5}b^{2,5}} = \frac{3,88 \times 1^{1,5}}{9,81^{0,5} \times 2^{2,5}} \approx 0,22$

À partir de la courbe "Détermination de la profondeur critique des canaux de section trapézoïdale", la valeur de  $\frac{my_c}{b} = 0,32$  donc,  $y_c = \frac{0,32 \times 2}{1}$ ,  $y_c = 0,64 \text{ m}$ . [1 Pts]

Comme  $y_n < y_c$ , l'écoulement est à pente forte. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type **S**. [0,5 Pts]

Pour une profondeur  $y = 2 \text{ m}$ , on a  $y_n < y_c < y$ , la forme de la surface d'eau est de type de branche **S1**. [0,5 Pts]

**2) Conduite circulaire :**  $d_0 = 2,1 \text{ m}$ ,  $n = 0,012$ ,  $S_0 = 0,001$ ,  $Q = 4,25 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $y = 1,5 \text{ m}$ .

Pour  $y_n$ , nous avons :  $\frac{nQ}{\sqrt{S_0}d_0^{8/3}} = \frac{0,012 \times 4,25}{\sqrt{0,001} \times 2,1^{8/3}} = 0,22$ .

À partir de la courbe "Détermination de la profondeur normale des canaux de section circulaire", la valeur de  $\frac{y_n}{d_0} = 0,62$ .

donc,  $y_n = 0,62 \times 2,1$ ,  $y_n = 1,3 \text{ m}$ . [1 Pts]

Pour  $y_c$ , nous avons :  $\frac{Q}{g^{0,5}d_0^{2,5}} = \frac{4,25}{9,81^{0,5} \times 2,1^{2,5}} \approx 0,21$

À partir de la courbe "Détermination de la profondeur critique des canaux de section circulaire", la valeur de  $\frac{y_c}{d_0} = 0,46$

donc,  $y_c = 0,46 \times 2,1$ ,  $y_c = 1,0 \text{ m}$ . [1 Pts]

Comme  $y_c < y_n$ , l'écoulement est à pente faible. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type **M**. [0,5 Pts]

Pour une profondeur  $y = 1,5 \text{ m}$ , on a  $y_c < y_n < y$ , la forme de la surface d'eau est de type de branche **M1**. [0,5 Pts]

**3) Canal rectangulaire très large :**  $n = 0,02$ ,  $S_0 = 0,004$ ,  $q = 3,132 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $y = 1,2 \text{ m}$

Pour un canal rectangulaire large,  $b \gg y$ , ce qui donne  $R_h = y$  [0,5 Pts]

Pour calculer  $y_n$  on va utiliser l'équation de *Manning-Strickler*, sachant que  $Q = VA$ ,  $A = by_n$  pour un canal rectangulaire et le débit unitaire  $q = Q/b$

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \Rightarrow q = \frac{by_n}{n} y_n^{2/3} S_0^{1/2} \Rightarrow y_n = \left( \frac{nq}{\sqrt{S_0}} \right)^{3/5} = \left( \frac{0,02 \times 3,132}{\sqrt{0,004}} \right)^{3/5}, y_n = 1 \text{ m}. [1 \text{ Pts}]$$

Pour calculer  $y_c$  on va utiliser l'équation suivante :  $y_c = \left( \alpha \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} = \left( \alpha \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} =$

$$\left( 1 \frac{3,132^2}{9,81} \right)^{1/3}, y_c = 1 \text{ m}. [1 \text{ Pts}]$$

Comme  $y_c = y_n$ , l'écoulement est à pente critique. La ligne de la surface d'eau sera donc une courbe de type **C**. [0,5 Pts]

Pour une profondeur  $y = 1,2 \text{ m}$ , on a  $y > y_n$ , la forme de la surface d'eau est de type de branche **C1**. [0,5 Pts]

**Solution de l'exercice 3**

**Données :**  $y_1 = 0,30$  m et  $y_2 = 1,20$  m

Pour un canal triangulaire symétrique les talus sont de pente 1,5 H : 1 V, donc  $m = 1,5$ .

**(i) Débit à partir de l'équation de l'impulsion**

L'équation de l'impulsion est donnée par :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + m \frac{y_1^3}{3} = \frac{Q^2}{gA_2} + m \frac{y_2^3}{3}$$

Les sections mouillées sont :

$$A_1 = m y_1^2 = 1,5 \times (0,30)^2 = 0,135 \text{ m}^2$$

$$A_2 = m y_2^2 = 1,5 \times (1,20)^2 = 2,16 \text{ m}^2$$

En substituant :

$$\frac{Q^2}{9,81 \times 0,135} + 1,5 \times \frac{(0,30)^3}{3} = \frac{Q^2}{9,81 \times 2,16} + 1,5 \times \frac{(1,20)^3}{3}$$

soit :

$$Q^2 \left( \frac{1}{1,324} - \frac{1}{21,190} \right) = 0,8505$$

$$\text{d'où : } Q = 1,10 \text{ m}^3/\text{s}$$

[2 Pts]

**(ii) Nombres de Froude**

Pour un canal triangulaire symétrique, la profondeur hydraulique est définie par :  $D = \frac{A}{T} = \frac{y}{2}$

Les vitesses moyennes sont :

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1,10}{0,135} = 8,12 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1,10}{2,16} = 0,51 \text{ m/s}$$

Le nombre de Froude s'écrit alors :  $Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$

En amont du ressaut :

$$D_1 = \frac{y_1}{2} = \frac{0,30}{2} = 0,15 \text{ m}$$

$$Fr_1 = \frac{8,12}{\sqrt{9,81 \times 0,15}}, \quad Fr_1 = 6,69$$

[1 Pts]

En aval du ressaut :

$$D_2 = \frac{y_2}{2} = \frac{1,20}{2} = 0,60 \text{ m}$$

$$Fr_2 = \frac{0,51}{\sqrt{9,81 \times 0,60}}, \quad Fr_2 = 0,21$$

[1 Pts]

**(iii) Perte d'énergie dans le ressaut**

L'énergie est :  $E = y + z + \frac{V^2}{2g}$

La perte d'énergie vaut :  $\Delta H_s = E_1 - E_2$

Puisque le canal est horizontale :

$$\Delta H_s = \left( y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left( y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) = \left( 0,3 + \frac{8,12^2}{2g} \right) - \left( 1,2 + \frac{0,51^2}{2g} \right)$$

$$\Delta H_s = 2,45 \text{ m}$$

[1 Pts]